

PLANEAMIENTO DE LA EXPANSIÓN DE REDES DE TRANSMISIÓN  
INVOLUCRANDO RESTRICCIONES ESPECIALIZADAS

JOSÉ NICOLÁS MELCHOR GUTIÉRREZ

cc 1088005174

UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA DE PEREIRA

FACULTAD DE INGENIERIAS

PROGRAMA DE INGENIERIA ELÉCTRICA

PEREIRA

2013

PLANEAMIENTO DE LA EXPANSIÓN DE REDES DE TRANSMISIÓN  
INVOLUCRANDO RESTRICCIONES ESPECIALIZADAS

JOSÉ NICOLÁS MELCHOR GUTIÉRREZ

cc 1088005174

Trabajo de grado presentado como requisito para optar por el título de  
Ingeniero Electricista

DIRECTOR:

Ph.D. Antonio Hernando Escobar Zuluaga

UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA DE PEREIRA

FACULTAD DE INGENIERIAS

PROGRAMA DE INGENIERIA ELÉCTRICA

PEREIRA

2013

A mis padres José Nicolás y Patricia, a mi hermano Joan Steveen, a mis abuelos José y Aurelina, y a mi novia Laura Mónica.

## **AGRADECIMIENTOS**

Deseo expresar mis sinceros agradecimientos:

- A Dios por permitirme vivir y compartir todos estos instantes de mi vida.
- Al profesor Antonio H. Escobar Zuluaga por la orientación y acompañamiento académico brindado durante el desarrollo de este trabajo.
- A la Universidad Tecnológica de Pereira que hizo posible la realización de todos mis estudios.
- A mis padres José Nicolás y Patricia a mis abuelos José y Aurelina y a mi hermano Joan Steveen por el cariño, ánimo y apoyo incondicional que me han brindado durante mi formación académica y personal.
- A mi novia Laura Mónica Escobar por el amor, apoyo y paciencia durante todo el tiempo que hemos compartido.
- A Antonio, Zuany, David, Juan pablo y Laura Victoria por todo el apoyo y ánimo brindado.
- A mis tíos Alberto y Martha, y a mis primos Alex y Stephanie.
- A Alejandro Duque, Ana Milena Martínez, Andrés Felipe Álvarez, Danna Albarracín, Jonathan Alejandro Aguirre, Juan David Ramírez, Santiago Arrieta, Samuel Marín y Sebastián Botero por su amistad y motivación constante.

# ÍNDICE GENERAL

Pág.

AGRADECIMIENTOS.....	4
ÍNDICE GENERAL.....	5
ÍNDICE DE FIGURAS.....	8
ÍNDICE DE TABLAS .....	13
RESUMEN.....	17
Palabras-clave:.....	17
INTRODUCCIÓN .....	19
1.1 IMPORTANCIA DEL PLANEAMIENTO DE LA EXPANSIÓN DE REDES DE TRANSMISIÓN DE ENERGÍA ELÉCTRICA .....	23
1.2 IMPORTANCIA DEL ESTUDIO DE MÉTODOS QUE DISMINUYAN EL ESPACIO DE SOLUCIÓN EN EL PROBLEMA DE PLANEAMIENTO DE REDES DE TRANSMISIÓN .....	24
1.3 OBJETIVO GENERAL .....	25
1.4 OBJETIVOS ESPECÍFICOS .....	26
1.5 ESTRUCTURA DEL TRABAJO .....	26
MODELOS Y TÉCNICAS DE SOLUCIÓN PARA EL PROBLEMA DEL PLANEAMIENTO DE LA TRANSMISIÓN.....	27
2.1 INTRODUCCIÓN .....	27
2.2 MODELAMIENTO DEL PROBLEMA ESTÁTICO.....	30
2.2.1 MODELO DC .....	31
2.2.2 MODELO LINEAL DISYUNTIVO .....	36
2.2.3 MODELO HÍBRIDO LINEAL .....	39
2.2.4 MODELO DE TRANSPORTES .....	43

2.3 TÉCNICAS Y HERRAMIENTAS DE SOLUCIÓN PARA EL PROBLEMA DEL PLANEAMIENTO DE LA EXPANSIÓN DE REDES DE TRANSMISIÓN .....	46
2.3.1 MÉTODOS DE OPTIMIZACIÓN CLÁSICA.....	47
2.3.2 MÉTODOS DE OPTIMIZACIÓN COMBINATORIAL .....	49
2.3.3 HERRAMIENTAS UTILIZADAS PARA EL DESARROLLO DE LAS TÉCNICAS DE SOLUCIÓN .....	52
DETERMINACIÓN DE RESTRICCIONES ESPECIALIZADAS PARA EL PROBLEMA DEL PLANEAMIENTO DE LA EXPANSIÓN DE REDES DE TRANSMISIÓN.....	56
3.1 RESTRICCIONES ESPECIALIZADAS.....	57
3.2 RESTRICCIONES ESPECIALIZADAS EN EL PROBLEMA DEL PLANEAMIENTO DE LA TRANSMISIÓN .....	61
3.2.1 RESTRICCIÓN ESPECIALIZADA ESTÁNDAR.....	62
3.2.2 RESTRICCIÓN ESPECIALIZADA QUE SELECCIONA EL MÍNIMO ENTRE LA CAPACIDAD DE LA LÍNEA Y LA POTENCIA NETA ENCERRADA .....	66
3.2.3 RESTRICCIÓN ESPECIALIZADA QUE UTILIZA LA FUNCIÓN TECHO EL NÚMERO DE ADICIONES.....	68
3.3 RESTRICCIONES ESPECIALIZADAS APLICADAS A ÁREAS DEL SISTEMA DE TRANSMISIÓN.....	71
PRUEBAS Y RESULTADOS .....	80
4.1 SISTEMAS DE PRUEBA Y SOLUCIONES DE REFERENCIA.....	81
4.1.1 SISTEMA DE PRUEBA GARVER .....	81
4.1.2 SISTEMA DE PRUEBA SUR BRASILEIRO .....	82
4.2 RESULTADOS OBTENIDOS EN LA APLICACIÓN DE LA RESTRICCIÓN ESPECIALIZADA SOBRE NODOS DEL SISTEMA .....	84
4.2.1 RESULTADOS OBTENIDOS PARA EL SISTEMA DE PRUEBA GARVER.....	85
4.2.2 RESULTADOS OBTENIDOS PARA EL SISTEMA SUR BRASILEIRO .....	100
4.3 RESULTADOS OBTENIDOS EN LA APLICACIÓN DE LA RESTRICCIÓN ESPECIALIZADA SOBRE ÁREAS DEL SISTEMA .....	118
4.3.1 MODELO DE TRANSPORTES .....	123

4.3.2	MODELO HÍBRIDO LINEAL .....	129
4.3.3	MODELO LINEAL DISYUNTIVO .....	134
4.3.4	MODELO DC .....	141
4.3.5	ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS OBTENIDOS AL ADICIONAR LAS RESTRICCIONES ESPECIALIZADAS A LAS ÁREAS SELECCIONADAS DEL SISTEMA SUR BRASILEIRO .....	145
4.4	EVALUACIÓN DE LA METODOLOGÍA GENERAL QUE PERMITE REALIZAR CORTES AL ESPACIO SOLUCIÓN MEDIANTE LA ADICIÓN DE RESTRICCIONES ESPECIALIZADAS AL MODELO MATEMÁTICO .....	146
4.4.1	Restricción especializada estándar.....	147
4.4.2	Restricción especializada que selecciona el mínimo entre la capacidad de la línea y la potencia neta encerrada .....	148
4.4.3	Restricciones especializadas que utilizan la función techo.....	149
4.5	OBSERVACIONES .....	151
	CONCLUSIONES .....	158
	TRABAJOS FUTUROS.....	160
	REFERENCIAS .....	161
	APÉNDICE A – DATOS DE LOS SISTEMAS DE PRUEBA .....	168
A.1	SISTEMA GARVER SIN REDESPACHO .....	168
A.2	SISTEMA SURBRASILEIRO SIN REDESPACHO .....	169
	APENDICE B – TRABAJOS PUBLICADOS .....	172

## ÍNDICE DE FIGURAS

	<b>Pág.</b>
Figura 1: Espacio de solución reducido por las restricciones especializadas .....	58
Figura 2: Comportamiento del método SIMPLEX con la inclusión de restricciones especializadas .....	59
Figura 3: Técnica de Branch and Bound involucrando las restricciones especializadas .....	60
Figura 4: Nodo de un sistema de potencia con generación y demanda .....	63
Figura 5: Nodo de paso de potencia entre zonas de generación y demanda .....	64
Figura 6: Sistema de transmisión de 3 barras y 2 corredores.....	65
Figura 7: Espacio de solución del sistema de transmisión de la figura 6 reducido por la restricción especializada .....	66
Figura 8: Espacio de solución reducido por la restricción especializada en la segunda forma para el sistema planteado .....	68
Figura 9: Espacio de solución reducido por la restricción especializada en la tercera forma para el sistema planteado.....	71
Figura 10: Sistema de transmisión dividido en áreas (áreas) .....	72
Figura 11: Ejemplo de estructura de vecindad.....	77
Figura 12: Diagrama para la metodología de selección de áreas de transmisión para adicionar cortes al modelo matemático.....	79
Figura 13: Sistema Garver .....	81
Figura 14: Sistema Sur Brasileiro .....	83
Figura 15: Número de iteraciones simplex por configuración para la forma estándar aplicada al sistema Garver modelado mediante el modelo de transportes.....	88
Figura 16: Número de iteraciones simplex por configuración para la forma 1 aplicada al sistema Garver modelado mediante el modelo de transportes.....	89



Figura 17: Número de iteraciones simplex por configuración para la forma 2 con el modelo de transportes y el sistema Garver. ....	91
Figura 18: Número de iteraciones simplex por configuración para la forma estandar con el modelo híbrido lineal y el sistema Garver.....	92
Figura 19: Número de iteraciones simplex por configuración para la forma 2 con el modelo híbrido lineal y el sistema Garver. ....	94
Figura 20: Número de nodos evaluados por el B & C por configuración para la forma estándar con el modelo lineal disyuntivo y el sistema Garver.....	95
Figura 21: Número de iteraciones simplex por configuración para la forma estándar con el modelo lineal disyuntivo y el sistema Garver.....	96
Figura 22: Número de iteraciones simplex por configuración para la forma 2 con el modelo lineal disyuntivo y el sistema Garver. ....	97
Figura 23: Número de nodos evaluados por el B & C por configuración para la forma estándar con el modelo de transportes y el sistema Sur Brasileiro. ....	104
Figura 24: Número de iteraciones simplex por configuración para la forma estándar con el modelo de transportes y el sistema Sur Brasileiro. ....	105
Figura 25: Número de nodos evaluados por el B & C por configuración para la forma 2 con el modelo de transportes y el sistema Sur Brasileiro. ....	106
Figura 26: Número de iteraciones simplex por configuración para la forma 2 con el modelo de transportes y el sistema Sur Brasileiro.....	107
Figura 27: Número de nodos evaluados por el B & C por configuración para la forma estándar con el modelo híbrido lineal y el sistema Sur Brasileiro.....	108
Figura 28: Número de iteraciones simplex por configuración para la forma estándar con el modelo híbrido lineal y el sistema Sur Brasileiro. ....	109
Figura 29: Número de nodos evaluados por el B & C por configuración para la forma 2 con el modelo híbrido lineal y el sistema Sur Brasileiro.....	110
Figura 30: Número de iteraciones simplex por configuración para la forma 2 con el modelo híbrido lineal y el sistema Sur Brasileiro. ....	111
Figura 31: Número de nodos evaluados por el B & C por configuración para la forma estándar con el modelo DC y el sistema Sur Brasileiro.....	113

Figura 32: Número de nodos evaluados por el B & C por configuración para la forma 1 con el modelo DC y el sistema Sur Brasileiro.....	114
Figura 33: Número de nodos evaluados por el B & C por configuración para la forma 2 con el modelo DC y el sistema Sur Brasileiro.....	115
Figura 34: Número de nodos evaluados por el B & C por configuración para la forma 2 eliminando las restricciones redundantes, con el modelo DC y el sistema Sur Brasileiro. ....	116
Figura 35: Áreas del sistema Sur Brasileiro sobre las cuales se generaran las restricciones especializadas .....	119
Figura 36: Número de nodos evaluados por el B & C por configuración para la forma estándar aplicada a las áreas del sistema Sur Brasileiro modelado mediante el modelo de transportes. ....	123
Figura 37: Número de iteraciones simplex por configuración para la forma estándar aplicada a las áreas del sistema Sur Brasileiro modelado mediante el modelo de transportes.....	125
Figura 38: Número de nodos evaluados por el B & C por configuración para la forma 2 aplicada a las áreas del sistema Sur Brasileiro modelado mediante el modelo de transportes. ....	127
Figura 39: Número de iteraciones simplex por configuración para la forma 2 en áreas del sistema Sur Brasileiro modelado mediante el modelo de transportes. .	127
Figura 40: Número de nodos evaluados por el B & C por configuración para la forma estándar en áreas del sistema Sur Brasileiro modelado mediante el modelo de híbrido lineal.....	129
Figura 41: Número de iteraciones simplex por configuración para la forma estándar en áreas del sistema Sur Brasileiro modelado mediante el modelo híbrido lineal. ....	129
Figura 42: Número de nodos evaluados por el B & C por configuración para la forma 2 en áreas del sistema Sur Brasileiro modelado mediante el modelo híbrido lineal. ....	131
Figura 43: Número de iteraciones simplex por configuración para la forma 2 en áreas del sistema Sur Brasileiro modelado mediante el modelo híbrido lineal. ....	134

Figura 44: Número de nodos evaluados por el B & C por configuración para la forma estándar en áreas del sistema Sur Brasileiro modelado mediante el modelo lineal disyuntivo.....	136
Figura 45: Número de iteraciones simplex por configuración para la forma estándar en áreas del sistema Sur Brasileiro modelado mediante el modelo lineal disyuntivo. ....	136
Figura 46: Número de nodos evaluados por el B & C por configuración para la forma 2 en áreas del sistema Sur Brasileiro modelado mediante el modelo lineal disyuntivo. ....	138
Figura 47: Número de iteraciones simplex por configuración para la forma 2 en áreas del sistema Sur Brasileiro modelado mediante el modelo lineal disyuntivo. ....	138
Figura 48: Número de nodos evaluados por el B & C por configuración para la forma 2 eliminando las restricciones redundantes aplicadas a áreas del sistema Sur Brasileiro modelado mediante el modelo lineal disyuntivo. ....	140
Figura 49: Número de iteraciones simplex por configuración para la forma 2 eliminando las restricciones redundantes aplicadas a áreas del sistema Sur Brasileiro modelado mediante el modelo lineal disyuntivo.....	140
Figura 50: Número de nodos evaluados por el B & C por configuración para la forma estándar en áreas del sistema Sur Brasileiro modelado mediante el modelo DC.....	142
Figura 51: Número de nodos evaluados por el B & C por configuración para la forma 1 en áreas del sistema Sur Brasileiro modelado mediante el modelo DC. .	143
Figura 52: Número de nodos evaluados por el B & C por configuración para la forma 2 en áreas del sistema Sur Brasileiro modelado mediante el modelo DC. .	143
Figura 53: Número de nodos evaluados por el B & C por configuración para la forma 2 eliminando las restricciones redundantes aplicadas a las áreas del sistema Sur Brasileiro modelado mediante el modelo DC. ....	144
Figura 55: Efecto de la potencia base en el número de nodos evaluados por el B & C para el modelo de transportes.....	152
Figura 56: Efecto de la potencia base en el número de iteraciones simplex para el modelo de transportes. ....	152

Figura 57: Efecto de la potencia base en el número de nodos evaluados por el B & C para el modelo híbrido lineal. ....	153
Figura 58: Efecto de la potencia base en el número de iteraciones simplex para el modelo híbrido lineal. ....	154
Figura 59: Efecto de la potencia base en el número de nodos evaluados por el B & C para el modelo lineal disyuntivo. ....	155
Figura 60: Efecto de la potencia base en el número de iteraciones simplex para el modelo lineal disyuntivo. ....	155
Figura 61: Efecto de la potencia base en el número de nodos evaluados por el B & C para el modelo DC. ....	156
/	

## ÍNDICE DE TABLAS

	<b>Pág.</b>
Tabla 1: Soluciones de referencia para el sistema Garver sin redespacho utilizando una potencia base de 1 MW. ....	82
Tabla 2: Soluciones de referencia para el sistema Sur Brasileiro sin redespacho..	84
Tabla 3: Potencia neta atrapada en cada uno de los nodos del sistema de prueba Garver .....	85
Tabla 4: Desempeño de la restricción especializada en la forma estándar aplicada al sistema Garver modelado mediante el modelo de transportes. ....	88
Tabla 5: Desempeño de la restricción especializada en la forma 1 aplicada al sistema Garver modelado mediante el modelo de transportes. ....	89
Tabla 6: Desempeño de la restricción especializada en la forma 2 para el modelo de transportes con el sistema Garver. ....	90
Tabla 7: Desempeño de la restricción especializada en la forma estándar para el modelo híbrido lineal con el sistema Garver. ....	92
Tabla 8: Desempeño de la restricción especializada en la forma 2 para el modelo híbrido lineal con el sistema Garver. ....	93
Tabla 9: Desempeño de la restricción especializada en la forma estándar para el modelo lineal disyuntivo con el sistema Garver. ....	95
Tabla 10: Desempeño de la restricción especializada en la forma 2 para el modelo lineal disyuntivo con el sistema Garver. ....	97
Tabla 11: Desempeño de la restricción especializada en la forma estándar para el modelo DC con el sistema Garver. ....	98
Tabla 12: Número de nodos evaluados por el B & C por configuración para la forma 2 con el modelo DC y el sistema Garver.....	99
Tabla 13: Desempeño de la restricción especializada en la forma 2 eliminando las restricciones redundantes para el modelo DC con el sistema Garver. ....	99
Tabla 14: Potencia neta atrapada en cada uno de los nodos del sistema de prueba Sur Brasileiro. ....	101

Tabla 15: Desempeño de la restricción especializada en la forma estándar para el modelo de transportes con el sistema Sur Brasileiro.....	104
Tabla 16: Desempeño de la restricción especializada en la forma 2 para el modelo de transportes con el sistema Sur Brasileiro. ....	106
Tabla 17: Desempeño de la restricción especializada en la forma 2 eliminando las restricciones redundantes para el modelo de transportes con el sistema Sur Brasileiro.....	107
Tabla 18: Desempeño de la restricción especializada en la forma estándar para el modelo híbrido lineal con el sistema Sur Brasileiro. ....	108
Tabla 19: Desempeño de la restricción especializada en la forma 2 para el modelo híbrido lineal con el sistema Sur Brasileiro. ....	110
Tabla 20: Desempeño de la restricción especializada en la forma 2 eliminando las restricciones redundantes para el modelo híbrido lineal con el sistema Sur Brasileiro.....	111
Tabla 21: Desempeño de la restricción especializada en la forma estándar para el modelo lineal disyuntivo con el sistema Sur Brasileiro. ....	112
Tabla 22: Desempeño de la restricción especializada en la forma estándar para el modelo DC con el sistema Sur Brasileiro. ....	113
Tabla 23: Desempeño de la restricción especializada en la forma 1 para el modelo DC con el sistema Sur Brasileiro. ....	114
Tabla 24: Desempeño de la restricción especializada en la forma 2 para el modelo DC con el sistema Sur Brasileiro. ....	115
Tabla 25: Desempeño de la restricción especializada en la forma 2 eliminando las restricciones redundantes para el modelo DC con el sistema Sur Brasileiro.....	116
Tabla 26: Desempeño de la restricción especializada en la forma estándar aplicada a las áreas del sistema Sur Brasileiro modelado mediante el modelo de transportes.....	124
Tabla 27: Desempeño de la restricción especializada en la forma 2 aplicada a las áreas del sistema Sur Brasileiro modelado mediante el modelo de transportes. .	126
Tabla 28: Desempeño de la restricción especializada en la forma 2 eliminando las restricciones redundantes aplicadas a las áreas del sistema Sur Brasileiro modelado mediante el modelo de transportes. ....	128

Tabla 29: Desempeño de la restricción especializada en la forma estándar aplicada a las áreas del sistema Sur Brasileiro modelado mediante el modelo híbrido lineal.....	130
Tabla 30: Desempeño de la restricción especializada en la forma 2 aplicada a las áreas del sistema Sur Brasileiro modelado mediante el modelo híbrido lineal. ....	132
Tabla 31: Desempeño de la restricción especializada en la forma 2 eliminando las restricciones redundantes aplicadas a las áreas del sistema Sur Brasileiro modelado mediante el modelo híbrido lineal.....	133
Tabla 32: Desempeño de la restricción especializada en la forma estándar aplicada a las áreas del sistema Sur Brasileiro modelado mediante el modelo lineal disyuntivo. ....	135
Tabla 33: Desempeño de la restricción especializada en la forma 2 aplicada a las áreas del sistema Sur Brasileiro modelado mediante el modelo lineal disyuntivo. ....	137
Tabla 34: Desempeño de la restricción especializada en la forma 2 eliminando las restricciones redundantes aplicadas a las áreas del sistema Sur Brasileiro modelado mediante el modelo lineal disyuntivo.....	139
Tabla 35: Desempeño de la restricción especializada en la forma estándar aplicada a las áreas del sistema Sur Brasileiro modelado mediante el modelo DC. ....	141
Tabla 36: Desempeño de la restricción especializada en la forma 1 aplicada a las áreas del sistema Sur Brasileiro modelado mediante el modelo DC. ....	142
Tabla 37: Desempeño de la restricción especializada en la forma 2 aplicada a las áreas del sistema Sur Brasileiro modelado mediante el modelo DC. ....	144
Tabla 38: Desempeño de la restricción especializada en la forma 2 eliminando las restricciones redundantes aplicadas a las áreas del sistema Sur Brasileiro modelado mediante el modelo DC.....	145
Tabla 39: Desempeño de la restricción especializada en la forma estándar aplicada a las áreas y nodos del sistema Sur Brasileiro.....	147
Tabla 40: Desempeño de la restricción especializada en la forma 1 aplicada a las áreas y nodos del sistema Sur Brasileiro.....	148
Tabla 41: Desempeño de la restricción especializada en la forma 2 aplicada a las áreas y nodos del sistema Sur Brasileiro.....	149

Tabla 42: Desempeño de la restricción especializada en la forma 2 eliminando las restricciones redundantes aplicadas a las áreas y nodos del sistema Sur Brasileiro. .....	150
Tabla 43: Efecto del cambio de la potencia base en el modelo de transportes. ..	151
Tabla 44: Efecto del cambio de la potencia base en el modelo híbrido lineal. ....	153
Tabla 45: Efecto del cambio de la potencia base en el modelo lineal disyuntivo.	154
Tabla 46: Efecto del cambio de la potencia base en el modelo DC. ....	156
Tabla 47: Efecto del cambio del valor de M en el modelo lineal disyuntivo cuando se le adiciona la restricción en la forma 1 para nodos o áreas. ....	157
Tabla 48: Datos de generación y demanda para el .....	168
Tabla 49: Datos de los corredores de transmisión para el sistema Garver.....	168
Tabla 50: Datos de generación y demanda para el .....	169
Tabla 51: Datos de los corredores de transmisión para el sistema Sur Brasileiro. .....	170



## **RESUMEN**

Resumen del proyecto de grado presentado al programa de Ingeniera Eléctrica, Facultad de Ingenierías, Universidad Tecnológica de Pereira, como parte de los requisitos necesarios para optar al título de Ingeniero Electricista.

### **PLANEAMIENTO DE LA EXPANSIÓN DE REDES DE TRANSMISIÓN INVOLUCRANDO RESTRICCIONES ESPECIALIZADAS**

José Nicolás Melchor Gutiérrez

Mayo / 2013

Orientador: Prof. Dr. Antonio Hernando Escobar Z.

Línea de Investigación: Planeamiento en Sistemas Eléctricos

#### **Palabras-clave:**

Espacio de solución, Lenguaje de modelamiento, Optimización, Planeamiento, Restricciones especializadas, Sistemas de Transmisión.

El presente trabajo inicia con una revisión del estado del arte de los modelos matemáticos y de las técnicas de solución para el problema del planeamiento de la expansión de redes de transmisión estático, así como de metodologías que permiten disminuir el tamaño del espacio de solución, especialmente aquellas que involucren la adición de nuevas restricciones al modelo matemático.

La investigación se orienta a la creación de un nuevo conjunto de restricciones (restricciones especializadas) que al adicionarse al modelo matemático permitan realizar cortes profundos en el espacio de solución y que permitan aliviar la complejidad matemática para dichos problema, lo que se ve reflejado en un menor tiempo de cómputo y un menor gasto de memoria. Se utilizaron en este trabajo tres tipos de restricciones diferentes con la finalidad de observar cuales presentan un corte más profundo en el espacio solución respecto a las otras.

El primer tipo de restricción especializada utiliza los datos de capacidad de las líneas y la potencia neta encerrada para generarla. El segundo tipo realiza una

distinción entre la capacidad de transmisión para cada circuito candidato que involucra la restricción y la potencia neta encerrada. Finalmente el último tipo de restricción realiza un análisis para cada circuito candidato y utiliza la función *techo* para obtener un conjunto de restricciones especializadas para cada uno de los circuitos candidatos.

En la siguiente etapa se desarrolló una metodología para implementar estas restricciones sobre áreas del sistema eléctrico que presentaran incapacidad de transmisión para atender la demanda no atendida, o la generación que no puede ser despachada. Para la determinación de estas áreas se implementó una metodología que explora la vecindad de los nodos y es guiada mediante un criterio heurístico.

Finalmente se realizaron las pruebas para estos conjuntos de restricciones generados para las áreas y nodos de un sistema eléctrico, en los sistemas de prueba Garver y Sur Brasileiro, de pequeño y mediano tamaño y complejidad respectivamente. Los resultados obtenidos fueron satisfactorios, obteniendo los mejores resultados cuando se aplica las restricciones especializadas a los modelos DC y lineal disyuntivo. Además se logra apreciar que el tercer tipo de restricción resulta superior a los otros dos tipos. Indica esto entonces que la metodología de reducción del espacio de solución es de gran utilidad al reducir el tamaño del espacio solución que las técnicas de solución deben explorar.

# CAPÍTULO 1

## INTRODUCCIÓN

El sector eléctrico durante los últimos años ha presentado grandes cambios regulatorios de mercado, este tiene como objetivo crear un sistema competitivo que permita la integridad del sistema sin afectar la libre competencia entre vendedores y compradores de energía eléctrica. Para la sociedad actual las redes eléctricas son de gran importancia, siendo un servicio primario que debe ser atendido para toda la población, por esta razón tener una red de transmisión óptima que permita satisfacer esta necesidad es de gran importancia. Actualmente se posee un sistema de transmisión, en el caso colombiano suficiente para atender las necesidades de potencia actuales, sin embargo es necesario considerar que esta demanda crecerá, aparecerán nuevas ciudades o nuevas grandes industrias, siendo estas unas nuevas barras de demanda en el sistema. Bajo estas nuevas condiciones será necesario aumentar tanto la capacidad de transmisión como de generación en el sistema de potencia (UPME, 2010)<sup>1</sup>. Este hecho conduce a la planeación de largo plazo del sistema de generación y transmisión en un horizonte de tiempo que considera 10 o más años.

El planeamiento de la transmisión y la generación son problemas que deberían ser trabajados de manera conjunta, pero debido a su elevado nivel de complejidad deben ser planeados de manera independiente. Antes de planear el sistema de transmisión es necesario realizar el planeamiento de la generación el cual entregará como insumos la localización de las nuevas centrales generadoras, así como de las centrales que serán repotenciadas. Además es necesario proyectar la demanda mediante modelos estadísticos y probabilísticos que indiquen de manera precisa el valor del crecimiento de la demanda en el largo plazo.

El planeamiento de redes de transmisión tiene como objetivo determinar las nuevas adiciones que deben ser realizadas al sistema de transmisión de tal forma que minimice los costos de inversión, de operación, de administración, y de mantenimiento y reduzca las pérdidas de energía. Siempre con la condición de que permita abastecer de energía eléctrica a todos los usuarios.

El planeamiento de la expansión de la transmisión puede tomar varias formas, las cuales tienen el siguiente orden prioritario: el planeamiento estático, el cual

---

<sup>1</sup> UPME, S. d. (2010). *Plan Preliminar de Expansión de Referencia Generación – Transmisión 2011-2025*. UPME. Ministerio de Minas y Energía.

determina *que*, *cuantos* y *donde* instalar los nuevos elementos de la red, el planeamiento dinámico que, además de lo anterior, define *cundo* deben ser instalados dichos elementos, y los dos anteriores en ambientes competitivos o de mercado abierto, que deben definir además la estructura y los equipos necesarios para favorecer económicamente a todos los agentes que participan en el mercado de electricidad.

Este problema se encuentra en la categoría de programación no lineal entera mixta (PNLEM), esto significa que mezcla funciones lineales y no lineales, así como variables enteras (líneas de transmisión y transformadores) y reales (flujos de potencia, generación, ángulos, etc.). Planear un sistema de transmisión de un gran tamaño no necesariamente indica que tenga una complejidad elevada para solucionarlo, en realidad la complejidad es dada por el tamaño del sistema, el número de nodos desconectados y la cantidad de nuevos elementos a incorporar en la nueva red de transmisión. Con estas condiciones adicionales el problema adquiere un elevado nivel de complejidad por lo que debe ser resuelto con técnicas de optimización robustas.

En sistemas de gran tamaño y complejidad el problema puede convertirse en un problema del tipo NP-completo, esto quiere decir que no existe un método de solución exacto que permita encontrar la solución óptima del problema en un tiempo razonable, por tal razón se ha incentivado la búsqueda de nuevos de métodos que permitan solucionarlo. El planeamiento de la transmisión es un problema multimodal y no convexo que requiere de técnicas de solución robustas para encontrar una solución. En problemas de alta complejidad como el planeamiento, se debe recurrir frecuentemente a técnicas combinatoriales en procura de una solución “de buena calidad”, así no corresponda a la solución óptima.

El planeamiento de la expansión tradicional, también denominado planeamiento estático, considera reducir el costo de inversión a partir del planteamiento de un problema de optimización matemática que considera que la red existente hace parte de la solución futura, es decir, no se considera la posibilidad de retirar, trasladar o dejar desconectados en forma permanente, elementos que se encuentran operando en la red actual (desplanificación). En (Duque, 2013)<sup>2</sup> se mencionan aspectos que un agente planeador ha establecido previamente, entre los cuales se encuentran los siguientes aspectos:

---

<sup>2</sup> Duque, A. (2013). *Determinación de variables principales en el problema de planeamiento de redes de transmisión usando técnicas heurísticas basadas en métodos de programación lineal y no lineal entera*. Pereira: Universidad Tecnológica de Pereira, tesis de ingeniería.

1. El crecimiento de la demanda en los nodos del sistema.
2. La localización y la cantidad de demanda de nodos nuevos.
3. La cantidad y localización de generación nueva.
4. La capacidad adicional de plantas de generación existentes que están siendo o van a ser repotenciadas.
5. La localización geográfica, el costo y las características eléctricas de los nuevos corredores de transmisión.
6. El costo asociado a circuitos adicionales que pueden conectarse en paralelo con circuitos ya establecidos en corredores existentes.
7. La localización, el tamaño y el costo de subestaciones nuevas.
8. Los niveles de tensión a los que operarán los corredores nuevos y existentes.
9. Los niveles de tensión asociados a las subestaciones nuevas.

El problema del planeamiento de redes de transmisión ha presentado una evolución respecto a su modelamiento y objetivos. Actualmente es incluido en su análisis criterios de estabilidad de tensión (Yimchuen & Udomwongseeree, 2011)<sup>3</sup>, transmisión AC/DC (Lottjou, Fu, & Shahidehpour, 2012)<sup>4</sup>, pérdidas en la red y potencia reactiva (Zhang, Heydt, Vittal, & Quintero, 2013)<sup>5</sup>, la inclusión de limitadores de corrientes de falla (Moon, Lee, & Joo, 2013)<sup>6</sup>, seguridad (Zhang, Vittal, Heydt, & Quintero, 2012)<sup>7</sup>, libertad de elección de nivel de tensión

---

<sup>3</sup> Yimchuen, K., & Udomwongseeree, K. (2011). Transmission Expansion Planning with consideration of voltage stability using Genetic Algorithm. *Electrical Engineering/Electronics, Computer, Telecommunications and Information Technology (ECTI-CON), 2011 8th International Conference on*, 909-912.

<sup>4</sup> Lottjou, A., Fu, Y., & Shahidehpour, M. (2012). Hybrid AC/DC Transmission Expansion Planning. *Power Delivery, IEEE Transactions on*, 1620-1628.

<sup>5</sup> Zhang, H., Heydt, G., Vittal, V., & Quintero, J. (2013). An Improved Network Model for Transmission Expansion Planning Considering Reactive Power and Network Losses. *Power Systems, IEEE Transactions on*, 1-9.

<sup>6</sup> Moon, G.-H., Lee, J., & Joo, S.-K. (2013). Integrated Generation Capacity and Transmission Network Expansion Planning With Superconducting Fault Current Limiter (SFCL). *Applied Superconductivity, IEEE Transactions on*.

<sup>7</sup> Zhang, H., Vittal, V., Heydt, G., & Quintero, J. (2012). A Mixed-Integer Linear Programming Approach for Multi-Stage Security-Constrained Transmission Expansion Planning. *Power Systems, IEEE Transactions on*, volumen 27, número 2,, 1125-1133.

(Dominguez, 2012)<sup>8</sup>, la inclusión de energía renovable (Muñoz, Sauma, Contreras, Aguado, & de la Torre, 2012)<sup>9</sup>, entre otros.

Como se ha mencionado el problema de planeamiento de redes de transmisión es de difícil solución y debido al gran número de opciones, produce una explosión combinatorial de opciones que dificulta la búsqueda de la solución. Esto indica que el espacio de búsqueda para este problema es de un tamaño significativo lo que lleva a la evaluación de muchas opciones de solución. Este hecho incentiva el desarrollo de metodologías que permitan disminuir el tamaño del espacio solución. Una revisión más amplia del estado del arte de modelos y técnicas de solución para el problema del planeamiento de redes de transmisión es presentando en (Molina & Rudnick, 2010)<sup>10</sup>, (Mahdavi & Monsef, 2011)<sup>11</sup> y (Dewani, Daigavane, & Zadgaonkar, 2012)<sup>12</sup>.

En este trabajo se implementó una metodología que permite disminuir el tamaño del espacio solución para permitir que las técnicas de solución se puedan desplazar de manera más inteligente sobre el espacio de solución evadiendo sub-espacios de solución infactibles o de mala calidad. La metodología está basada en la inclusión de cortes en el espacio solución que eliminan los sub-espacios mencionados limitando el espacio búsqueda a regiones de buena calidad. Estos cortes son logrados mediante la inclusión de nuevas restricciones en los modelos matemáticos establecidos para el problema. Estas nuevas restricciones, que serán adicionadas al modelo, deben cumplir con la característica de no eliminar soluciones de buena calidad o la solución óptima del problema de optimización, por esta razón las nuevas restricciones adicionadas al modelo deben estar basadas en criterios técnicos y operativos, además del conocimiento experto del problema. La integración de estas restricciones al modelo matemático presentan beneficios para la encontrar una solución. El primero y más destacable es la disminución del tiempo de cómputo requerido por las técnicas de solución para encontrar una solución a dicho problema, el segundo viene dado por la disminución en el uso de memoria de la unidad de procesamiento.

---

<sup>8</sup> Domínguez, A. (2012). *Planeamiento de la expansión de redes de transmisión basado en cambio de nivel de tensión*. Pereira: Universidad Tecnológica de Pereira, tesis de maestría.

<sup>9</sup> Muñoz, C., Sauma, E., Contreras, J., Aguado, J., & de la Torre, S. (2012). Impact of high wind power penetration on transmission network expansion planning. *Generation, Transmission & Distribution, IET, volume 6*, 1281-1291.

<sup>10</sup> Molina, J., & Rudnick, H. (2010). Transmission of Electric Energy: a Bibliographic Review. *Latin América Transactions, IEEE (Revista IEEE América Latina)*, 245-258.

<sup>11</sup> Mahdavi, M., & Monsef, H. (2011). Review of Static Transmission Expansion Planning. *JECE Volumen 1 Número 1*, 11-18.

<sup>12</sup> Dewani, B., Daigavane, M., & Zadgaonkar, A. (2012). A review of various computational intelligence techniques for transmission network expansion planning. *Power Electronics, Drives and Energy Systems (PEDES), 2012 IEEE International Conference on*, 1-5.

Este trabajo tiene como propósito avanzar en el estudio de métodos que permitan la disminución del espacio solución del problema de planeamiento de la expansión de redes de transmisión, y que sirvan de herramienta para reducir la complejidad del problema, lo que a su vez conduce a la posibilidad de utilizar técnicas exactas sobre sistemas más complejos. Además para el caso de las técnicas combinatoriales la inclusión de estas restricciones permitiría evitar la evaluación de sub-espacios de solución de mala calidad permitiendo llegar de manera más fácil y rápida a la solución óptima global del problema o soluciones sub-óptimas de excelente calidad.

## **1.1 IMPORTANCIA DEL PLANEAMIENTO DE LA EXPANSIÓN DE REDES DE TRANSMISIÓN DE ENERGÍA ELÉCTRICA**

Una planeación bien direccionada del sistema de transmisión es de vital importancia para satisfacer las necesidades energéticas del sistema con una buena calidad, bajo costo, mínimo riesgo y con mínimos impactos económicos y ambientales para la sociedad. Además de los aspectos mencionados se debe procurar diseñar un sistema de transmisión que permita la libre competencia entre comercializadores y consumidores de energía eléctrica. Un planeamiento de largo plazo mal realizado tendría un impacto negativo sobre el sector eléctrico de potencia, pues se incurriría en mayores costos de operación, menor calidad del servicio, el sobredimensionamiento mal direccionado, induciendo esto a costos encallados en la red de transmisión. Las nuevas adiciones hechas en el sistema, tanto en generación como en transmisión son tecnologías “pesadas” debido a sus elevados costos de inversión y su largo tiempo de construcción, por lo que un mal planeamiento induciría a grandes pérdidas económicas y disminución de la calidad pues estas después de construidas no pueden ser retiradas del sistema de transmisión.

La reestructuración del mercado eléctrico es un suceso que está ocurriendo a nivel mundial, donde es incluida la libre competencia en el sector eléctrico. Este hecho impulsa al desarrollo de nuevos modelos y técnicas de solución para planear un sistema eléctrico óptimo desde el punto de vista económico y operativo. Se debe destacar que a pesar de la descentralización y la ruptura de la estructura vertical del sector eléctrico por la inclusión del mercado de energía, aún existen segmentos con características de monopolio natural, un ejemplo de esto son las redes de transmisión y de distribución de energía eléctrica. Debido a que la electricidad es un flujo, el tiempo y el espacio son dimensiones que caracterizan el análisis de procesos de producción y transporte de energía eléctrica.

En Colombia el organismo encargado de planear la red de transmisión es la Unidad de Planeación Minero Energética (UPME). Este organismo realiza el plan de expansión en base a un exhaustivo análisis realizado sobre la red de transmisión actual, realizando sobre este, estudios de sobrecarga, estabilidad de tensión y frecuencia, seguridad, contingencias, entre otros. Con base en los resultados obtenidos de estos estudios y criterios heurísticos basados en conocimiento experto de la red de transmisión, se determinan las nuevas adiciones para el sistema de transmisión colombiano (UPME, 2010)<sup>13</sup>, siendo esta una manera no muy adecuada para planear una red de transmisión. Debido a la complejidad matemática y los altos costos computacionales asociados a este problema, la UPME ha encontrado un gran obstáculo para planear una red económica y eficiente que cumpla con los criterios previamente mencionados.

Los elevados costos de inversión, el aprovechamiento de las economías de escala, el funcionamiento óptimo desde el punto de vista operativo y de mercado, la alta complejidad del sector eléctrico, entre otros; son factores que incentivan en la búsqueda de nuevas metodologías que permitan obtener un mayor aprovechamiento del sistema y que permitan satisfacer las necesidades energéticas de la sociedad de manera simultánea.

## **1.2 IMPORTANCIA DEL ESTUDIO DE MÉTODOS QUE DISMINUYAN EL ESPACIO DE SOLUCIÓN EN EL PROBLEMA DE PLANEAMIENTO DE REDES DE TRANSMISIÓN**

Debido a que el planeamiento de redes de transmisión involucra un elevado número de variables de decisión, el espacio solución resultante es también de gran tamaño, causando esto una explosión combinatorial de opciones de inversión que pueden incluir soluciones infactibles, de buena o mala calidad. El tamaño del espacio de búsqueda está asociado no solamente al tamaño del sistema sino también al número de barras aisladas que posea y que tan enmallado se encuentre.

Resolver este problema mediante técnicas de solución exactas es inviable pues requiere de tiempos de cómputo y capacidad de memoria prohibitivos, por esta razón en sistemas de gran tamaño se implementan técnicas heurísticas y combinatoriales (metaheurísticas), renunciando a encontrar el óptimo global, para encontrar soluciones de buena calidad en tiempos aceptables. El uso de técnicas

---

<sup>13</sup> UPME, S. d. (2010). *Plan Preliminar de Expansión de Referencia Generación – Transmisión 2011-2025*. UPME. Ministerio de Minas y Energía.



heurísticas para resolver este problema es una de las opciones de solución implementadas, sin embargo estas técnicas encuentran su mayor debilidad en la facilidad de converger en soluciones sub-óptimas de mala calidad. Las técnicas metaheurísticas por el contrario buscan de manera inteligente a través del espacio de búsqueda entregando generalmente soluciones de excelente calidad, no obstante su mayor dificultad es su difícil ajuste de parámetros que requiere de conocimiento experto sobre el tema y un tiempo de ajuste elevado.

Por las razones presentadas se busca desarrollar metodologías que permitan realizar búsquedas del espacio solución de manera inteligente mejorando el tiempo y el uso de memoria. Estos mecanismos ayudaran a la selección áreas o sub-espacios de buena calidad para que la técnica de solución pueda encontrar soluciones de excelente calidad de manera más sencilla y acercar la técnica a la solución óptima global del problema.

Se han desarrollado diferentes metodologías de este tipo para el problema del planeamiento de redes de transmisión. En (Gomez, 2008)<sup>14</sup> se divide el proceso de optimización en 2 etapas, la primera inicia un algoritmo GRASP o Simulated Annealing para determinar inversiones preliminares en la red, en la segunda etapa se utiliza un algoritmo de Branch and Bound con las variables del problema reducidas. En (Dominguez, 2012)<sup>15</sup> se utiliza un algoritmo genético con pocas iteraciones con el objetivo de identificar variables principales del problema y entregarlas como datos de entradas para la técnica de solución principal. En (Duque, 2013)<sup>16</sup> se implementan técnicas heurísticas basadas en la programación lineal entera mixta y no lineal entera mixta para identificar variables principales del problema, reduciendo el espacio de búsqueda.

### 1.3 OBJETIVO GENERAL

Identificar subconjuntos de restricciones especializadas, basadas en leyes circuitales u operativas de un sistema de potencia, que permitan mejorar la

---

<sup>14</sup> Gómez, G. (2008). *Algoritmos GRASP y Simulated Annealing como inicializadores de Branch and Bound en la solución de planeamiento estático de sistemas de transmisión*. Pereira: Universidad Tecnológica de Pereira, tesis de maestría.

<sup>15</sup> Domínguez, A. (2012). *Planeamiento de la expansión de redes de transmisión basado en cambio de nivel de tensión*. Pereira: Universidad Tecnológica de Pereira, tesis de maestría.

<sup>16</sup> Duque, A. (2013). *Determinación de variables principales en el problema de planeamiento de redes de transmisión usando técnicas heurísticas basadas en métodos de programación lineal y no lineal entera*. Pereira: Universidad Tecnológica de Pereira, tesis de ingeniería.

eficiencia de los métodos de solución aplicados al problema de planeamiento de la expansión de redes de transmisión de energía eléctrica de costo mínimo.

#### **1.4 OBJETIVOS ESPECÍFICOS**

- Determinar el estado del arte en el planeamiento de la expansión de redes de transmisión de energía eléctrica desde el punto de vista de la inclusión de restricciones asociadas al modelo, que representa al problema, y que mejoran la eficiencia computacional pero no alteran la solución.
- Identificar problemas equivalentes que permitan resolver el problema de planeamiento de la expansión de forma más eficiente, a través de la adición de restricciones especializadas al problema original, cuando se usan modelos de: transportes, híbrido lineal y DC.
- Determinar el grado de influencia de las restricciones adicionales en el rendimiento del método de solución aplicado al problema de la expansión de la red de transmisión de energía eléctrica.

#### **1.5 ESTRUCTURA DEL TRABAJO**

Este trabajo presenta la siguiente estructura: En el capítulo 1 se presenta una introducción en la cual son relacionados aspectos importantes de planeamiento de los sistemas de transmisión. Se plantea la importancia de realizar un planeamiento adecuado de la red de transmisión y la motivación de integrar restricciones nuevas al modelo matemático del problema de planeamiento. El capítulo finaliza indicando los objetivos generales y específicos de esta investigación. El capítulo 2 presenta los modelos clásicos utilizados para modelar el problema del planeamiento y las técnicas de solución usadas para resolverlo. El capítulo 3 muestra la metodología planteada en este trabajo para la aplicación de restricciones especializadas sobre los modelos matemáticos del capítulo anterior. El capítulo 4 muestra las pruebas y resultados obtenidos para la evaluación de la metodología planteada. Finalmente se muestran las conclusiones y posibles trabajos futuros sobre esta temática.

## **CAPÍTULO 2**

### **MODELOS Y TÉCNICAS DE SOLUCIÓN PARA EL PROBLEMA DEL PLANEAMIENTO DE LA TRANSMISIÓN**

#### **2.1 INTRODUCCIÓN**

El problema del planeamiento de la expansión de redes de transmisión, en el transcurso de los últimos años, se ha convertido en un problema de vital importancia en cualquier área del mundo, pues es necesario llevar este recurso primario hacia la población. Para *resolver* correctamente este problema debe ser establecido un modelo matemático que represente de manera precisa los fenómenos y efectos, técnicos y no técnicos que ocurren en un sistema de transmisión. En el corto plazo el modelo AC representa de manera muy precisa la situación real de un sistema de transmisión ante diferentes condiciones de generación y demanda, así como factores que pueden afectar un sistema eléctrico de potencia (contingencia simple, confiabilidad, etc.); sin embargo en el largo plazo es actualmente imposible planear el sistema de potencia mediante el flujo AC, pues en el largo plazo se presenta no conexidad y un elevado nivel de sobrecarga, introduciendo en un modelo altamente no lineal una mayor complejidad matemática y una elevada dificultad para converger.

Por estas razones en el largo plazo es necesario utilizar un modelo que represente de manera fiable el problema, y que permita encontrar una solución a este. El modelo DC cumple estas características, este es considerado el mejor modelo que representa el sistema de transmisión en el largo plazo. Este modelo es una reducción del flujo de carga AC, en este sólo se considera la parte activa de la potencia, indicando esto que en el largo plazo se da como hecho que se ha resuelto el problema de las magnitudes de las tensiones y que sólo es necesario determinar el valor de los ángulos. Este problema a pesar de ser una reducción sigue siendo de difícil solución debido a que es un problema no lineal entero mixto (PNLEM), esto se debe a que no se han desarrollado técnicas definitivas que permitan encontrar una solución a este tipo de problema. La gran dificultad encontrada en el modelo DC ha llevado a construir modelos más relajados matemáticamente y que permitan obtener una convergencia mayor. Entre los modelos desarrollados, el modelo de transportes es el modelo más básico implementado para este problema, en un siguiente nivel de dificultad se encuentran el modelo híbrido lineal y no lineal, y finalmente se encuentra el modelo lineal disyuntivo el cual es una versión lineal entera del modelo DC.

Para realizar un modelamiento completo y coherente de la transmisión en el largo plazo, es necesario determinar cómo paso anterior el valor de la generación y su localización, esto con la meta de atender toda la demanda proyectada bien sea nueva o una demanda existente que aumenta su valor. Todos estos problemas anteriores poseen una gran complejidad e incertidumbre, por lo que el sistema de transmisión planeado será altamente sensible a cambios que ocurran en la generación y demandas entregadas. La gran dificultad que acarrea *resolver* el problema del planeamiento de la transmisión es función de ciertos factores entre los cuales destacan los siguientes:

1. Es necesario considerar un horizonte de tiempo de largo plazo debido a los costos de inversión y el tiempo usado para la construcción de nuevas líneas de transmisión, así como en la repotenciación o construcción de nuevas centrales de generación. Otra razón importante de este tiempo es el aprovechamiento de las economías de escala asociadas a las construcciones previamente dichas, pues debido a su gran costo de inversión requiere de un tiempo extenso recuperar la inversión realizada y obtener beneficios. Debido a estos tiempos de construcción asociados a estos elementos del sistema de potencia es necesario planearlo con un horizonte de tiempo extenso que permita ampliar la capacidad del sistema de generación y transmisión de manera oportuna, antes de que la demanda creciente alcance valores que causen racionamiento de potencia en el sistema eléctrico de potencia.
2. En el plan de expansión de la transmisión y la generación deben ser considerados 2 aspectos importantes: El tiempo proyectado para la construcción de las nuevas líneas de transmisión y la construcción de nuevas centrales de generación. El segundo aspecto es el espacio, pues es necesario conocer la localización de las nuevas centrales y el recorrido que tendrán las nuevas líneas de transmisión a construir.
3. Es necesario evaluar exhaustivamente los criterios técnicos, económicos y ambientales de las nuevas obras, pues tienen unos costos asociados a su construcción muy elevados.
4. Debido a que el planeamiento del largo plazo es realizado mediante datos probabilísticos, este hecho introduce una gran incertidumbre en la solución que se encuentre para el sistema en condiciones específicas. Entre las variables que más atribuyen incertidumbre al problema de planeamiento se encuentra la demanda, esta puede fluctuar dentro de rangos que de no ser cumplidos podría ocasionar un sistema de transmisión sobrecargado con

posible racionamiento de carga o en el caso opuesto ocasionar un sistema sobredimensionado con costos encallados. Otro elemento que introduce incertidumbre son las plantas de generación hídricas, pues estas dependen totalmente de la fluctuación hídrica de la zona a construir la central, teniendo este como principales riesgos la construcción de una central hidroeléctrica sobredimensionada para el cauce normal de la fuente hídrica. Los costos y disponibilidad asociados a otras formas de energía (gas natural, carbón, derivados del petróleo y fuentes alternativas) son otra variable que puede cambiar bruscamente en el horizonte de tiempo estimado en la planeación del sistema eléctrico.

Como se ha mostrado, el planeamiento de la transmisión y la generación en el largo plazo son problemas de muy difícil solución, por esta razón a pesar de tener un acople entre ellos es necesario trabajar ambos problemas de manera independiente para minimizar la dificultad matemática que tendría el resolver el problema de manera conjunta. Incluir el efecto del mercado en el problema del planeamiento de la transmisión aumentaría también su complejidad matemática por lo que es necesario desprender este efecto del propio modelo y solo llevar en este costos fijos asociados a las nuevas adiciones (transformadores y/o líneas de transmisión), otro aspecto que se desprende de este problema es el efecto ambiental causado por estas nuevas construcciones, pues los modelos implementados para determinar este impacto aún se encuentran en desarrollo y necesitan ciertos ajustes; teniendo en cuenta además que agregar más variables a el modelo matemático del planeamiento dificultaría en gran medida encontrar una solución mediante las técnicas de solución existentes.

El planeamiento de la expansión de redes de transmisión es solo un paso posterior a planeamientos de otras estancias hechos anteriormente, en estos se determinan los límites de algunas de las variables de este problema, así como el valor de algunas constantes. El primer estudio que es necesario realizar es el planeamiento energético del país para el largo plazo, en este se determina el consumo energético del país por las diferentes formas de energía, bien sea en forma de combustibles fósiles, de gas natural, energía eléctrica, etc. Los resultados que sean entregados por este problema, serán los insumos que utilizara el planeamiento de la generación, este segundo nivel determinará la localización y el valor de la nueva generación que sea necesaria adicionar al sistema de potencia, así como la re-potenciación de la generación existente. De este mismo modo de determinar la trayectoria que tendrán los nuevos circuitos a adicionar. La demanda de energía eléctrica debe ser proyectada mediante modelos estocásticos que indiquen un rango de posible variación de la demanda y una posible potencia máxima de consumo. Con los datos entregados por estos estudios se comienza el proceso de optimización para el problema del planeamiento de la transmisión.

Para *resolver* este problema de optimización matemática de un alto nivel de complejidad, se han desarrollado técnicas de optimización que pueden ser divididas en dos grandes grupos. El primer grupo de técnicas de solución comprende todas las técnicas exactas aplicadas a este problema, debido a que cada modelo presenta características específicas se han aplicado a cada uno de ellos técnicas de solución que correspondan a ellos, bien sea técnicas de programación lineal y no lineal en modelos en los cuales las variables enteras (número de líneas a adicionar en el caso del planeamiento) es relajada y puede asumir valores continuos. Otra categoría es la programación lineal y no lineal entera. Mediante estas técnicas son resueltos los modelos matemáticos planteados para el problema del planeamiento, sin embargo estas técnicas solo pueden ser aplicadas a sistemas de pequeño y mediano tamaño, y con poco nivel de desconexión. Este hecho se debe a que las técnicas exactas no convergen ante problemas de gran tamaño, esto debido a la explosión combinatorial causada por las variables del problema. Para *resolver* este problema en sistemas de gran tamaño se han desarrollado las técnicas combinatorias, estas corresponden al segundo grupo de técnicas de solución. Estas técnicas tienen como característica principal el incorporar el factor aleatorio o criterio lógico dentro de su método de solución. Estas técnicas han mostrado tener buenos resultados para la solución del problema del planeamiento. Las técnicas que han presentado los mejores resultados para *resolver* el problema del planeamiento estratégico de la transmisión es el algoritmo genético de Chu-Beasley y el método de búsqueda Tabú.

## 2.2 MODELAMIENTO DEL PROBLEMA ESTÁTICO

El problema del planeamiento de la expansión de redes de transmisión puede ser modelado de manera general mediante la siguiente estructura matemática:

$$\begin{aligned} \text{Min } z &= c(x) + d(y) \\ \text{s. a} \\ A(x) &\geq b \\ E(x) + F(y) &\geq h \end{aligned}$$

En el modelo matemático planteado se encuentran dos variables principales, la primera variable 'x' corresponde a las variables de inversión del problema de optimización (líneas de transmisión y transformadores de potencia), la segunda variable 'y' corresponde a las variables operativas del sistema de potencia (flujo de potencia por las líneas de transmisión y transformadores de potencia, valor de la generación, cortes de carga en nodos del sistema, valor angular de los nodos). La

función  $c(x)$  representa los costos asociados a las variables de inversión,  $d(y)$  representa el costo asociado a las variables operativas del sistema, especialmente relacionada para este caso con los cortes de carga del sistema. La restricción  $A(x) \geq b$  representa los límites correspondientes a las variables de decisión, especialmente los límites físicos;  $E(x) + F(y) \geq h$  representa los límites para las variables operativas y económicas que aparecen conjuntamente dentro de la restricción, esta también está relacionada a los límites físicos del sistema.

Esta representación matemática abarca todos los modelos desarrollados para el problema del planeamiento de la expansión de redes de transmisión. A pesar de su corta representación matemática, este problema se encuentra en la categoría de NP – completos, para sistemas de gran tamaño y complejidad, por lo que es necesario implementar metodologías que permitan encontrar la solución óptima a este, en tiempos de ejecución razonables. A continuación se presentaran los modelos DC, modelo lineal disyuntivo, híbrido lineal y el modelo de transportes, los cuales son modelos que han sido ampliamente estudiados y que se encuentran sólidamente establecidos en el ámbito académico del planeamiento de la transmisión de energía eléctrica en el largo plazo.

### 2.2.1 MODELO DC

El modelo DC, actualmente utilizado, es una generalización del flujo de carga DC que es presentado en (Monticelli, 1983)<sup>17</sup>, siendo considerado este como el modelo ideal para representar la red de transmisión en el largo plazo. Este modelo se encuentra entonces en la categoría de NP - completos para sistemas de gran tamaño y un elevado nivel de desconexión. Este modelo ha sido ampliamente usado para modelar el problema del planeamiento y su efectividad es mostrada (Duque, 2013)<sup>18</sup>, (Domínguez, 2012)<sup>19</sup>, (Escobar, Duque, Melchor, & Escobar, 2012)<sup>20</sup>, (Gallego, 1997)<sup>21</sup>.

---

<sup>17</sup> Monticelli, A. (1983). *Flujo de carga em redes de energia elétrica*. Sao Paulo: Edgar Blücher Ltda.

<sup>18</sup> Duque, A. (2013). *Determinación de variables principales en el problema de planeamiento de redes de transmisión usando técnicas heurísticas basadas en métodos de programación lineal y no lineal entera*. Pereira: Universidad Tecnológica de Pereira, tesis de ingeniería.

<sup>19</sup> Domínguez, A. (2012). *Planeamiento de la expansión de redes de transmisión basado en cambio de nivel de tensión*. Pereira: Universidad Tecnológica de Pereira, tesis de maestría.

<sup>20</sup> Escobar, L., Duque, A., Melchor, J., & Escobar, A. (2012). Planeamiento de sistemas de transmisión de energía eléctrica usando AMPL. *Scientia et Technica [Online]*, Volumen 2 Número 51, 22 - 27.

<sup>21</sup> Gallego, R. (1997). *Planejamento a longo prazo de sistemas de transmissão usando técnicas de otimização combinatorial*. Campinas: UNICAMP, tesis doctoral.

Este modelo considera la aplicación de las dos leyes de Kirchhoff tanto en los circuitos existentes (red base) como en los circuitos candidatos a ser adicionados en la red de transmisión, por esta razón el modelo es no lineal y de difícil solución, sin embargo, este modelo es el más adecuado para modelar la red de transmisión. Las soluciones encontradas con el modelo DC presentan una respuesta satisfactoria al ser implementadas en el modelo DC, siendo la razón principal que se ha logrado *resolver* el problema de potencia activa a través de la red, es decir no existen cortes de carga en la solución encontrada y la red de transmisión es suficiente para conducir la potencia de los centros de generación a las zonas de demanda.

En este problema además de considerarse las 2 leyes de Kirchhoff también se consideran los límites de capacidad que pueden fluir a través de los corredores de transmisión, son considerados además los límites de generación de los nodos generadores del sistema, el límite de circuitos máximos permitido por cada uno de los corredores es también una restricción que es incluida dentro del modelo matemático. Para permitir al método de solución explorar en zonas infactibles del espacio solución se adiciona generación ficticia en el modelo matemático, esta variable representara la demanda no atendida en el nodo de demanda y tendrá como límite superior el valor de la demanda del nodo al cual está asociado. La función objetivo debe minimizar los costes de inversión e incluye el costo asociado a cada circuito candidato del sistema de transmisión y los cortes de carga incrementados en un factor de penalización.

### 2.2.1.1 MODELO MATEMÁTICO

El modelo DC correspondiente de la red de transmisión en el largo plazo con la inclusión de generación ficticia es el siguiente:

$$\begin{aligned}
 \min \quad & v = \sum_{(i,j) \in \Omega} C_{ij} n_{ij} + \alpha \sum_{i \in \Omega_1} r_i \\
 \text{s.a} \quad & \\
 & Sf + g + r = d \\
 & f_{ij} - (\theta_i - \theta_j)(n_{ij} + n_{ij}^0)\gamma_{ij} = 0 \\
 & |f_{ij}| \leq (n_{ij} + n_{ij}^0) \overline{f_{ij}} \\
 & \underline{g_i} \leq g_i \leq \overline{g_i}
 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
0 &\leq n_{ij} \leq \overline{n_{ij}} \\
0 &\leq r_i \leq d_i \\
\theta_k &= 0; \text{ K \acute{I}ndice del nodo slack} \\
n_{ij} &\text{ Entero} \\
f_{ij}, \theta_i, g_i, r_i &\text{ Irrestringidos}
\end{aligned}$$

Dónde:

$\Omega$ , Subconjunto de circuitos candidatos a ser adicionados.

$\Omega_1$ , Subconjunto de nodos que tienen demanda.

$C_{ij}$ , Costo asociado a la construcci3n de un circuito en el corredor i – j.

$n_{ij}$ , Circuito candidato en el corredor i – j.

$r_i$ , Corte de carga en el nodo i.

$S$ , Matriz de incidencia nodo – rama.

$f_{ij}$ , Flujo de potencia en el corredor i – j.

$g_i$ , Generaci3n en el nodo i.

$d_i$ , Demanda del nodo i.

$\theta_i$ , Angulo del nodo i.

$n_{ij}^0$ , Circuitos existentes en el corredor i – j.

$\gamma_{ij}$ , Susceptancia de un circuito en el corredor i – j.

$\overline{f_{ij}}$ , Capacidad m1xima de potencia para un circuito del corredor i – j.

$\overline{n_{ij}}$ , N1mero m1ximo de circuitos en paralelo en el corredor i – j.

$\alpha$ , Factor de penalizaci3n para la potencia no servida.

El incluir el valor de la generaci3n ficticia dentro del modelo matem1tico resulta muy ventajoso para las t1cnicas de soluci3n, pues la adici3n de este t1rmino permite a la t1cnica de soluci3n buscar en la infactibilidad lo que podr1a inducir a encontrar una soluci3n en menos iteraciones. La inclusi3n de esta nueva variable debe ser manejada cuidadosamente pues de no seleccionarse de manera correcta un valor de penalizaci3n, se podr1a llegar a soluciones infactibles, es decir, aquella soluci3n que permite corte de carga; esta situaci3n es indeseable para la finalidad del planeamiento. Este factor podr1a variar para cada una de las variables ‘r’ pues en otros estudios se priorizan ciertos casos con respecto a otros causando que unos valores de este factor sean mayores o menores para algunos de ellos, sin

embargo para el problema del planeamiento estratégico se puede asumir este factor como diez veces el costo de circuito (línea o transformador) más costoso.

En el modelo matemático la función objetivo  $\min v = \sum_{(i,j) \in \Omega} C_{ij} n_{ij} + \alpha \sum_{i \in \Omega_1} r_i$  minimiza la inversión de líneas y transformadores, además minimiza la generación artificial adicionada. La primera ley de Kirchhoff  $Sf + g + r = d$  indica el equilibrio de potencia en cada nodo. La segunda ley de Kirchhoff  $f_{ij} - (\theta_i - \theta_j)(n_{ij} + n_{ij}^0)\gamma_{ij} = 0$  indica la diferencia angular de cada corredor, también restringe el flujo máximo mediante un límite eléctrico. El límite térmico para el flujo de potencia por los corredores es representado por  $|f_{ij}| \leq (n_{ij} + n_{ij}^0)\bar{f}_{ij}$ . Los límites máximos y mínimos de potencia para los generadores reales son puestos en las restricciones  $\underline{g}_i \leq g_i \leq \bar{g}_i$  y para los ficticios  $0 \leq r_i \leq d_i$ . La capacidad máxima de circuitos permitidos para cada uno de los corredores es mostrada en  $0 \leq n_{ij} \leq \bar{n}_{ij}$ .  $\theta_k = 0$  Presenta la función de nodo slack en el modelo DC, permitiendo así la convergencia del método evitando la presencia de matrices singulares en el modelo.

Se ha presentado el modelo DC el cual es de difícil solución y en cuyo caso no se ha encontrado una técnica de solución definitiva. La dificultad de este modelo es dada debido a su no linealidad y que además presenta no convexidad del modelo, dificultando aún más encontrar soluciones mediante técnicas matemáticas no lineales. Presenta además la característica de multimodalidad lo que dificulta encontrar el óptimo global del problema. En sistemas de gran tamaño y poco conexos se presenta una explosión combinatorial asociada al número de opciones que es necesario evaluar para la conexión de puntos de generación con puntos de demanda. Otro motivo que aumenta este gran número de opciones es debido a que las adiciones no son binarias y pueden asumir números enteros hasta un máximo de circuitos permitidos por corredor, aumentando aún más las opciones del espacio de búsqueda.

### 2.2.1.2 MODELO MATEMÁTICO QUE PERMITE EVALUAR LAS PROPUESTAS DE SOLUCIÓN

Cuando se encuentra una solución a este problema, las variables  $n_{ij}$  desaparecen de problema llevando a este a una forma lineal, en donde minimizar los costos de inversión ya no es un objetivo, convirtiendo este modelo en un modelo que permite evaluar la factibilidad de la solución y cuyo objetivo es minimizar el racionamiento

en las barras de demanda. Este modelo resultante es principalmente usado para determinar los flujos de potencia a través de las líneas, el valor asumido por cada uno de los generadores y el valor de cada uno de los ángulos de cada nodo. Durante el proceso de evaluación de alguna solución son aceptadas aquellas cuyo corte de carga este por debajo de un límite establecido, generalmente 1MW de potencia no servida.

En general este modelo es utilizado para probar las soluciones encontradas por el modelo matemático original. El modelo resultante es el siguiente:

$$\begin{aligned}
 \min \quad & v = \sum_{i \in \Omega_1} r_i \\
 \text{s.a} \quad & \\
 & Sf + g + r = d \\
 & f_{ij} - (\theta_i - \theta_j)(n_{ij}^0 + n_{ij}^k)\gamma_{ij} = 0 \\
 & |f_{ij}| \leq (n_{ij}^0 + n_{ij}^k)\bar{f}_{ij} \\
 & \underline{g}_i \leq g_i \leq \bar{g}_i \\
 & 0 \leq r_i \leq d_i \\
 & \theta_k = 0; \text{ K índice del nodo slack} \\
 & f_{ij}, \theta_i, g_i, r_i \quad \text{Irrestringidos}
 \end{aligned}$$

Dónde:

$\Omega_1$ , Subconjunto de nodos que tienen demanda.

$r_i$ , Corte de carga en el nodo i.

$S$ , Matriz de incidencia nodo – rama.

$f_{ij}$ , Flujo de potencia en el corredor i – j.

$g_i$ , Generación en el nodo i.

$d_i$ , Demanda del nodo i.

$\theta_i$ , Angulo del nodo i.

$n_{ij}^0$ , Circuitos existentes en el corredor i – j.

$n_{ij}^k$ , Circuitos adicionados manualmente en el corredor i – j.

$\gamma_{ij}$ , Susceptancia de un circuito en el corredor  $i - j$ .

$\overline{f}_{ij}$ , Capacidad máxima de potencia para un circuito del corredor  $i - j$ .

En este modelo el factor de penalización para el racionamiento desaparece, buscando como único objetivo minimizar el corte de carga del sistema. Los valores de  $n_{ij}^k$  son adicionados manualmente y serían las adiciones obtenidas con el modelo anterior. Este modelo es lineal y se puede resolver mediante técnicas exactas de optimización, las cuales son muy eficientes para resolver este caso.

### 2.2.2 MODELO LINEAL DISYUNTIVO

El modelo lineal disyuntivo ha sido presentado por varios autores (Villasana, 1984)<sup>22</sup>, (Granville & Pereira, 1985)<sup>23</sup>, (Sharifnia & Aashtiani, 1985)<sup>24</sup>. Este modelo es una versión linealizada del modelo DC que es un modelo no lineal y no convexo. Este modelo lineal coincide con la solución óptima del modelo no lineal. La linealización de modelos no lineales es una tendencia que ha ido en aumento debido al gran éxito que han presentado las técnicas de solución sobre modelos lineales del problema del planeamiento y en general sobre cualquier modelo lineal de la literatura especializada. Este modelo ha sido ampliamente usado para solucionar el problema del planeamiento clásico o modificaciones de este, algunos de estos han sido (Binato, 2000)<sup>25</sup>, (Bahense, Oliveira, Pereira, & Granville, 2001)<sup>26</sup>, (Alguacil, Motto, & Conejo, 2003)<sup>27</sup>, (Roméro, 2007)<sup>28</sup>.

---

<sup>22</sup> Villasana, R. (1984). *Transmission network planning using linear and linear mixed integer programming*. Rensselaer Polytechnic Institute, tesis doctoral.

<sup>23</sup> Granville, S., & Pereira, M. (1985). *Analysis of the linearized power flow model in Benders decomposition*. Stanford University.

<sup>24</sup> Sharifnia, A., & Aashtiani, M. (1985). Transmission network planning: a method for synthesis of minimum cost secure networks. *Power Apparatus and Systems, IEEE Transactions on*, 2025-2034.

<sup>25</sup> Binato, S. (2000). *Expansão ótima de sistemas de transmissão através de decomposição de Benders e técnicas de planos cortantes*. Rio de Janeiro: UFRJ, tesis doctoral.

<sup>26</sup> Bahense, L., Oliveira, G., Pereira, M., & Granville, S. (2001). A mixed integer disjunctive model for transmission network expansion. *IEEE Transactions on power systems*, volumen 16 Número 3, 560-565.

<sup>27</sup> Alguacil, N., Motto, A., & Conejo, A. (2003). Transmission expansion planning: a mixed-integer LP approach. *IEEE transactions on power systems*, volumen 18 número 3, 1070-1077.

<sup>28</sup> Roméro, S. (2007). *Descomposição lagrangeana aplicada ao problema de planejamento da expansão de sistemas de transmissão de energia elétrica considerando cenários de incertezas*. Rio de Janeiro: UFRJ, tesis doctoral.

El modelo lineal disyuntivo en su proceso de linealización presenta un proceso de conversión del tipo de variable asociada a las nuevas inversiones y una reestructuración de las restricciones del modelo. Las variables de inversión asociadas a las líneas y transformadores de potencia serán entonces una variable del tipo binaria, indicando esto que los nuevos circuitos asumirán el valor de '1' si es necesario adicionarlos y el valor de '0' si no es necesario incluirlos en el sistema de transmisión. Esta nueva variable individualiza cada circuito candidato, es decir, convierte cada circuito en una variable de decisión del problema. Otro aspecto fundamental es la inclusión dentro de la segunda ley de Kirchhoff del parámetro M, este parámetro permitirá que se cumpla o no esta ley dependiendo si el circuito es adicionado o no. El modelo lineal disyuntivo es el siguiente:

$$\begin{aligned}
 \min \quad & v = \sum_{(i,j) \in \Omega} \sum_{k=1}^{\overline{n_{ij}}} C_{ij} y_{ijk} + \alpha \sum_{i \in \Omega_1} r_i \\
 \text{s.a} \quad & S^0 f^0 + S^1 f^1 + g + r = d \\
 & f_{ij}^0 - (\theta_i - \theta_j) n_{ij}^0 \gamma_{ij} = 0 \\
 & |f_{ijk}^1 - (\theta_i - \theta_j) \gamma_{ij}| \leq M(1 - y_{ijk}) \\
 & |f_{ij}^0| \leq n_{ij}^0 \overline{f_{ij}} \\
 & |f_{ijk}^1| \leq y_{ijk} \overline{f_{ij}} \\
 & \underline{g_i} \leq g_i \leq \overline{g_i} \\
 & 0 \leq \sum_{k=1}^{\overline{n_{ij}}} y_{ijk} \leq \overline{n_{ij}} \\
 & 0 \leq r_i \leq d_i \\
 & \theta_t = 0; \text{ t índice del nodo slack} \\
 & y_{ijk} \quad \text{Binario} \\
 & f_{ijk}^1, f_{ij}^0, \theta_i, g_i, r_i \quad \text{Irrestringidos}
 \end{aligned}$$

Dónde:

$\Omega$ , Subconjunto de circuitos candidatos a ser adicionados.

$\Omega_1$ , Subconjunto de nodos que tienen demanda.

$C_{ij}$ , Costo asociado a la construcción de un circuito en el corredor  $i - j$ .

$y_{ijk}$ , Circuito candidato del corredor  $i - j$ .

$r_i$ , Corte de carga en el nodo  $i$ .

$S^0$ , Matriz de incidencia nodo – rama para los circuitos existentes.

$f^0$ , Flujo de potencia a través de los circuitos existentes.

$S^1$ , Matriz de incidencia nodo – rama para los circuitos candidatos.

$f^1$ , Flujo de potencia a través de los circuitos candidatos.

$g_i$ , Generación en el nodo  $i$ .

$d_i$ , Demanda del nodo  $i$ .

$\theta_i$ , Angulo del nodo  $i$ .

$n_{ij}^0$ , Circuitos existentes en el corredor  $i - j$ .

$\gamma_{ij}$ , Susceptancia de un circuito en el corredor  $i - j$ .

$M$ , Parámetro de valor muy grande.

$\bar{f}_{ij}$ , Capacidad máxima de potencia para un circuito del corredor  $i - j$ .

$\bar{n}_{ij}$ , Número máximo de circuitos en paralelo en el corredor  $i - j$ .

$\alpha$ , Factor de penalización para la potencia no servida.

El modelo presentado presenta cambios en la función objetivo

$$\min v = \sum_{(i,j) \in \Omega} \sum_{k=1}^{\bar{n}_{ij}} C_{ij} y_{ijk} + \alpha \sum_{i \in \Omega_1} r_i, \text{ en esta se puede observar que se contiene una}$$

doble sumatoria para la inversión en transmisión, la primera sumatoria corresponde a los corredores con circuitos candidatos a ser adicionados, la segunda sumatoria corresponde a cada uno de los circuitos de cada corredor que han sido individualizados mediante la variable  $y_{ijk}$ , el segundo término de la función objetivo es conocido y corresponde al costo del racionamiento. Se produce también un cambio en la primera ley de Kirchhoff  $S^0 f^0 + S^1 f^1 + g + r = d$  pues se puede observar que los flujos de potencia de los circuitos existentes y candidatos es separado y es planteado mediante sus matrices de incidencia nodo – rama. La segunda ley de Kirchhoff ha sido separada para los circuitos existentes  $f_{ij}^0 - (\theta_i - \theta_j) n_{ij}^0 \gamma_{ij} = 0$ , en esta se puede ver una función lineal donde se han retirado las variables de inversión. La segunda ley de aplica también a los circuitos candidatos en la restricción  $|f_{ijk}^1 - (\theta_i - \theta_j) \gamma_{ij}| \leq M(1 - y_{ijk})$ , en restricción se aplica a cada circuito de manera individual, indicando esto que si el circuito al cual se le aplica la segunda ley es seleccionado para ser adicionado a la red de transmisión, este asumirá el valor de  $y_{ijk} = 1$  y deberá cumplir la segunda ley de Kirchhoff; en

caso contrario la variable  $y_{ijk} = 0$  y el circuito no tendría que cumplir segunda ley. Se limita el valor del flujo a través de los corredores existentes en  $|f_{ij}^0| \leq n_{ij}^0 \bar{f}_{ij}$  y el límite de flujo para los circuitos candidatos está dado por  $|f_{ijk}^1| \leq y_{ijk} \bar{f}_{ij}$ . El límite de circuitos máximos a adicionar está dado por la restricción  $0 \leq \sum_{k=1}^{\bar{n}_{ij}} y_{ijk} \leq \bar{n}_{ij}$ , en esta se suman todos los circuitos candidatos para cada corredor, indicando con esta restricción que esta suma no debe ser mayor a la cantidad de circuitos máximos permitidos para cada corredor. Estos serían los cambios que presenta el modelo lineal disyuntivo con respecto al modelo DC.

Linealizar el modelo presenta ciertas ventajas con respecto a las técnicas de solución que se pueden aplicar sobre modelos lineales, sin embargo presenta una gran desventaja y esta es debido al incremento del espacio solución por el aumento del número de variables de inversión en el problema, esto además repercute en el número de restricciones que deben ser aplicadas, pues en el caso de la segunda ley, esta debe ser aplicada a cada circuito de manera individual, estas razones causan que el problema todavía se encuentre en la categoría de NP - completo. El parámetro M presente en la segunda ley debe ser elegido cuidadosamente pues este modelo es altamente sensible a variaciones de este, la determinación de este parámetro se realiza mediante ensayos de prueba y error hasta obtener un valor que permita estabilidad del modelo matemático.

La evaluación de la propuesta de inversión obtenida mediante la técnica de solución puede ser evaluada mediante el flujo DC mostrado en el numeral anterior, esto debido a que todos los circuitos existentes y adicionados deben cumplir la primera y segunda ley de Kirchhoff, siendo ambas usadas en flujo DC.

### 2.2.3 MODELO HÍBRIDO LINEAL

Este modelo es una versión relajada del modelo híbrido no lineal presentado en (Villasana, Garver, & Salon, 1985)<sup>29</sup>. Este modelo se encuentra en la categoría de programación lineal entera mixta y tiene como objetivo tratar de resolver problemas encontrados en el modelo de transportes y el modelo DC. Se han tomado las mejores características de ambos modelos para construir el modelo híbrido lineal. El modelo de transporte presenta mayor facilidad que el modelo DC

<sup>29</sup> Villasana, R., Garver, L., & Salon, S. (1985). Transmission Network Planning Using Linear Programming. *Power Apparatus and Systems, IEEE Transactions on*, 349-356.

para resolver sistemas no conexos, sin embargo se deben tener ciertas consideraciones del modelo DC, dentro del modelo, para tener una solución más aproximada a la solución real, siendo esta la razón por la cual se considera este modelo como la mezcla del modelo DC y el modelo de transportes.

El modelo híbrido lineal tiene como característica que aplica la primera y segunda ley de Kirchhoff a la red base, siguiendo en esta parte al modelo DC; y a los circuitos candidatos sólo le aplica la primera ley de Kirchhoff siendo en esta parte igual al modelo de transportes. Con esta consideración hecha es posible percibir que la red resultante para este modelo es equivalente a tener dos redes superpuestas, una en la que se aplican las dos leyes de Kirchhoff (red base) y otra en la que sólo se aplica la primera ley de Kirchhoff (red nueva). Puesto que en una parte de la red se aplica la segunda ley de Kirchhoff y en otra no, se pueden observar situaciones en las cuales por algunos circuitos en paralelo con iguales características, de un corredor fluyen potencias diferentes, esto debido a que unos circuitos están limitados por la abertura angular y otros por la capacidad máxima de potencia de las líneas de transmisión. Además de las leyes de Kirchhoff este modelo exige el cumplimiento de restricciones operativas de generación y capacidad máxima de transmisión del sistema eléctrico a optimizar.

### 2.2.3.1 MODELO MATEMÁTICO

$$\min \quad v = \sum_{(i,j) \in \Omega} C_{ij} n_{ij} + \alpha \sum_{i \in \Omega_1} r_i$$

s.a

$$S^0 f^0 + S^1 f^1 + g + r = d$$

$$f_{ij}^0 - (\theta_i - \theta_j) n_{ij}^0 \gamma_{ij} = 0$$

$$|f_{ij}^0| \leq n_{ij}^0 \bar{f}_{ij}$$

$$|f_{ij}^1| \leq n_{ij} \bar{f}_{ij}$$

$$\underline{g}_i \leq g_i \leq \bar{g}_i$$

$$0 \leq n_{ij} \leq \bar{n}_{ij}$$

$$0 \leq r_i \leq d_i$$

$$\theta_k = 0; \text{ K índice del nodo slack}$$

$$n_{ij} \text{ Entero}$$

$$f_{ij}^1, f_{ij}^0, \theta_i, g_i, r_i \text{ Irrestringidos}$$



Dónde:

$\Omega$  , Subconjunto de circuitos candidatos a ser adicionados.

$\Omega_d$  , Subconjunto de nodos que tienen demanda.

$C_{ij}$  , Costo asociado a la construcción de un circuito en el corredor  $i - j$ .

$n_{ij}$  , Circuitos candidatos del corredor  $i - j$ .

$r_i$  , Corte de carga en el nodo  $i$ .

$S^0$  , Matriz de incidencia nodo – rama para los circuitos existentes.

$f^0$  , Flujo de potencia a través de los circuitos existentes.

$S^1$  , Matriz de incidencia nodo – rama para los circuitos candidatos.

$f^1$  , Flujo de potencia a través de los circuitos candidatos.

$g_i$  , Generación en el nodo  $i$ .

$d_i$  , Demanda del nodo  $i$ .

$\theta_i$  , Angulo del nodo  $i$ .

$n_{ij}^0$  , Circuitos existentes en el corredor  $i - j$ .

$\gamma_{ij}$  , Susceptancia de un circuito en el corredor  $i - j$ .

$\bar{f}_{ij}$  , Capacidad máxima de potencia para un circuito del corredor  $i - j$ .

$\bar{n}_{ij}$  , Número máximo de circuitos en paralelo en el corredor  $i - j$ .

$\alpha$  , Factor de penalización para la potencia no servida.

Al igual que en los modelos anteriores se busca minimizar los costos de inversión asociados a las adiciones de nuevos circuitos al sistema eléctrico de potencia, además se minimiza el racionamiento en los nodos de demanda. La primera ley de Kirchhoff es representada en el modelo matemático mediante la restricción  $S^0 f^0 + S^1 f^1 + g + r = d$  en la cual se separan los flujos a través de los circuitos existentes y los candidatos. La restricción que representa la segunda ley de Kirchhoff  $f_{ij}^0 - (\theta_i - \theta_j) n_{ij}^0 \gamma_{ij} = 0$ , se puede observar que esta es aplicada únicamente a la red base. El límite de flujo por capacidad máxima de transmisión es separado para los circuitos existentes y los circuitos candidatos, la restricción que representa el límite para los circuitos existentes es  $|f_{ij}^0| \leq n_{ij}^0 \bar{f}_{ij}$  y para los circuitos candidatos  $|f_{ij}^1| \leq \bar{n}_{ij} \bar{f}_{ij}$ . En este modelo se determina el valor de los ángulos en cada uno de los nodos conexos del sistema, pues es aplicada la segunda ley de Kirchhoff sobre la red base. Para determinar el valor de los ángulos es necesario seleccionar uno de los nodos conectados del sistema como nodo slack,

y a este asignarle un valor de  $0^\circ$  que se mantendrá durante todo el proceso de optimización.

### 2.2.3.2 MODELO MATEMÁTICO QUE PERMITE EVALUAR LAS PROPUESTAS DE SOLUCIÓN

Es posible obtener un modelo matemático que permita evaluar las soluciones obtenidas para el modelo híbrido lineal. Puesto que las variables de inversión no son parte del problema, se construye un modelo en el cual las variables serían los flujos de potencia por los circuitos del sistema, el valor que asumirá la generación, el racionamiento y los ángulos del sistema eléctrico. La forma que toma el modelo matemático es la siguiente:

$$\begin{aligned}
 \min \quad & v = \sum_{i \in \Omega_1} r_i \\
 \text{s.a} \quad & S^0 f^0 + S^1 f^1 + g + r = d \\
 & f_{ij}^0 - (\theta_i - \theta_j) n_{ij}^0 \gamma_{ij} = 0 \\
 & |f_{ij}^0| \leq n_{ij}^0 \bar{f}_{ij} \\
 & |f_{ij}^1| \leq n_{ij}^k \bar{f}_{ij} \\
 & \underline{g}_i \leq g_i \leq \bar{g}_i \\
 & 0 \leq r_i \leq d_i \\
 & \theta_k = 0; \text{ K índice del nodo slack} \\
 & f_{ij}^1, f_{ij}^0, \theta_i, g_i, r_i \quad \text{Irrestringidos}
 \end{aligned}$$

Dónde:

$\Omega_1$ , Subconjunto de nodos que tienen demanda.

$r_i$ , Corte de carga en el nodo i.

$S^0$ , Matriz de incidencia nodo – rama para los circuitos existentes.

$f^0$ , Flujo de potencia a través de los circuitos existentes.

$S^1$ , Matriz de incidencia nodo – rama para los circuitos candidatos.

$f^1$ , Flujo de potencia a través de los circuitos candidatos.  
 $g_i$ , Generación en el nodo i.  
 $d_i$ , Demanda del nodo i.  
 $\theta_i$ , Angulo del nodo i.  
 $n_{ij}^0$ , Circuitos existentes en el corredor i – j.  
 $n_{ij}^k$ , Circuitos adicionados manualmente en el corredor i – j.  
 $\gamma_{ij}$ , Susceptancia de un circuito en el corredor i – j.  
 $\bar{f}_{ij}$ , Capacidad máxima de potencia para un circuito del corredor i – j.

Es necesario implementar este modelo para probar la solución del modelo híbrido debido a que los circuitos adicionados por la técnica de solución no debían cumplir con la segunda ley de Kirchhoff, bajo esta característica no es posible evaluar en las mismas condiciones la solución obtenida para el modelo híbrido con el modelo DC.

## 2.2.4 MODELO DE TRANSPORTES

Fue el primer modelo propuesto para el problema del planeamiento de la transmisión, fue propuesto por Garver en (Garver, 1970)<sup>30</sup>. Este modelo fue desarrollado por la gran dificultad que presentaba el flujo de carga AC para converger en una solución para el sistema de transmisión en el largo plazo. Debido a este modelo se pudo realizar una distinción para los problemas operativos de las redes de transmisión y los problemas asociados al planeamiento de la transmisión, comenzando entonces una etapa de sistematización de los problemas del planeamiento.

El modelo de transportes tiene como principal característica que sólo aplica la primera ley de Kirchhoff en el modelo matemático, además de las restricciones operativas propias de cualquier modelo de planeamiento. Este modelo presenta una gran ventaja sobre el modelo DC, y es su capacidad de convergencia para sistemas con gran nivel de desconexión, además este modelo es un problema de programación lineal entera mixta, permitiendo tener una menor dificultad para resolverlo. Actualmente el modelo de transportes al igual que la metodología de

---

<sup>30</sup> Garver, L. (1970). Transmission Network Estimation Using Linear Programming. *Power Apparatus and Systems, IEEE Transactions on*, 1688-1697.

solución propuesta por Garver, son usadas como herramientas de apoyo para encontrar una solución al problema del planeamiento.

Debido a que este modelo sólo aplica la primera ley de Kirchhoff sobre todo el sistema a modelar, la solución obtenida para este modelo no puede ser una representación próxima al comportamiento real de un sistema de potencia, especialmente si esta solución es probada en modelos más reales como el modelo DC en el cual se pueden producir cortes de carga debido a la ausencia de la segunda ley de Kirchhoff en el modelo de transportes. Cabe destacar que a pesar de ser el modelo relajado para el problema del planeamiento de la transmisión, puede aún presentar serias dificultades para converger en sistemas de gran tamaño y complejidad matemática, causando una explosión combinatorial que dificultaría resolverlo mediante cualquier técnica de solución.

#### 2.2.4.1 MODELO MATEMÁTICO

$$\begin{aligned}
 \min \quad & v = \sum_{(i,j) \in \Omega} C_{ij} n_{ij} + \alpha \sum_{i \in \Omega_1} r_i \\
 \text{s.a} \quad & \\
 & Sf + g + r = d \\
 & |f_{ij}| \leq (n_{ij} + n_{ij}^0) \bar{f}_{ij} \\
 & \underline{g}_i \leq g_i \leq \bar{g}_i \\
 & 0 \leq n_{ij} \leq \bar{n}_{ij} \\
 & 0 \leq r_i \leq d_i \\
 & n_{ij} \text{ Entero} \\
 & f_{ij}, r_i, g_i \text{ Irrestringidos}
 \end{aligned}$$

Dónde:

$\Omega$ , Subconjunto de circuitos candidatos a ser adicionados.

$\Omega_1$ , Subconjunto de nodos que tienen demanda.

$C_{ij}$ , Costo asociado a la construcción de un circuito en el corredor  $i - j$ .

$n_{ij}$ , Circuito candidato en el corredor  $i - j$ .  
 $r_i$ , Corte de carga en el nodo  $i$ .  
 $S$ , Matriz de incidencia nodo – rama.  
 $f_{ij}$ , Flujo de potencia en el corredor  $i - j$ .  
 $g_i$ , Generación en el nodo  $i$ .  
 $d_i$ , Demanda del nodo  $i$ .  
 $n_{ij}^0$ , Circuitos existentes en el corredor  $i - j$ .  
 $\overline{f_{ij}}$ , Capacidad máxima de potencia para un circuito del corredor  $i - j$ .  
 $\overline{n_{ij}}$ , Número máximo de circuitos en paralelo en el corredor  $i - j$ .  
 $\alpha$ , Factor de penalización para la potencia no servida.

La formulación de este modelo tiene una forma muy similar a la del modelo DC eliminando únicamente la segunda ley de Kirchhoff. El modelo presentado difiere del modelo presentado por Garver, pero en esencia son equivalentes matemáticamente. Este modelo fue aprovechado por Garver mediante una relajación de la condición de entero de las variables de inversión, convirtiendo este modelo en un problema de programación lineal, que puede ser resuelto fácilmente mediante técnicas de solución bien conocidas para este tipo de problemas. Esta característica es aprovechada por técnicas heurísticas para encontrar soluciones a los sistemas a optimizar mediante modelos relajados.

#### 2.2.4.2 MODELO MATEMÁTICO QUE PERMITE EVALUAR LAS PROPUESTAS DE SOLUCIÓN

Debido a que la solución obtenida por el modelo de transportes cumple únicamente la primera ley de Kirchhoff además de las restricciones operativas, es necesario desarrollar un modelo matemático que permita evaluar las propuestas de solución obtenidas en base a la solución de dicho modelo. Realizando la consideración de que la variable  $n_{ij}$  ya no es una incógnita dentro del modelo matemático, esta puede ser reemplazada por una constante  $n_{ij}^k$ , en la cual se introduce la propuesta de solución obtenida con el fin de determinar el corte de carga producido por la propuesta. Otros datos que se obtienen son el valor que asume la generación y los flujos de potencia por los corredores de transmisión. El modelo que se obtiene es el siguiente:

$$\begin{aligned}
\min \quad & v = \sum_{i \in \Omega_1} r_i \\
\text{s.a} \quad & \\
& Sf + g + r = d \\
& |f_{ij}| \leq (n_{ij}^k + n_{ij}^0) \bar{f}_{ij} \\
& \underline{g}_i \leq g_i \leq \bar{g}_i \\
& 0 \leq r_i \leq d_i \\
& f_{ij}, g_i, r_i \quad \text{Irrestringidos}
\end{aligned}$$

Dónde:

$\Omega_1$ , Subconjunto de nodos que tienen demanda.

$n_{ij}^k$ , Circuito adicionado manualmente en el corredor i – j.

$r_i$ , Corte de carga en el nodo i.

$S$ , Matriz de incidencia nodo – rama.

$f_{ij}$ , Flujo de potencia en el corredor i – j.

$g_i$ , Generación en el nodo i.

$d_i$ , Demanda del nodo i.

$n_{ij}^0$ , Circuitos existentes en el corredor i – j.

$\bar{f}_{ij}$ , Capacidad máxima de potencia para un circuito del corredor i – j.

Cabe aclarar que para la solución obtenida con el modelo de transportes es muy probable que, desde el punto de vista del problema real, no cumpla con los criterios suficientes para ser considerada una solución, por esta razón esta solución no es evaluada en el modelo DC por su alta probabilidad de ser infactible.

### 2.3 TÉCNICAS Y HERRAMIENTAS DE SOLUCIÓN PARA EL PROBLEMA DEL PLANEAMIENTO DE LA EXPANSIÓN DE REDES DE TRANSMISIÓN

El problema del planeamiento estratégico de redes de transmisión presenta un horizonte de tiempo denominado horizonte de planeamiento. Para el caso estático

del planeamiento es considerado un único horizonte de tiempo en el cual se busca minimizar las inversiones que permitan atender la demanda futura cumpliendo con varios criterios técnicos y operativos implícitos en este problema. Con el objetivo claro se deben adicionar circuitos a la red base que permitan que la demanda sea atendida. Se puede pensar que al incluir en la propuesta circuitos o elementos con costos bajos, la inversión total del plan de expansión será menor, pero la realidad es diferente, incluir líneas de bajo costo implica incluir una mayor cantidad de elementos al sistema lo que eventualmente eleva significativamente las inversiones. Es preciso entonces, encontrar puntos de equilibrio entre el número de elementos de bajo costo con el número de elementos de alto costo, ya que estos pueden transportar mayor cantidad de potencia, aunque sean más costosas. En el largo plazo cualquier plan de expansión favorece los elementos que permiten obtener grandes troncales o autopistas de transmisión aprovechando las economías de escala de las grandes inversiones que se asocian para resolver el problema.

A continuación se presentan varios algoritmos y herramientas para resolver los modelos de planeamiento planteados. Se explicaran los métodos exactos de optimización que encuentran la solución óptima del problema, luego serán presentados los métodos combinatorios y por ultimo las herramientas o software desarrollados para resolver problemas de optimización y que fueron usados en este trabajo.

### 2.3.1 MÉTODOS DE OPTIMIZACIÓN CLÁSICA

Como es mencionado en (Escobar A., 2002)<sup>31</sup> y (Gomez, 2008)<sup>32</sup>, en la década de los 80, se dio inicio una nueva fase investigativa en el propósito de resolver la formulación (2.2) de manera óptima. La principal herramienta encontrada fue la técnica de descomposición matemática. El objetivo principal era el de encontrar la solución óptima del problema de planeamiento de la transmisión usando el modelo DC, esto es, resolver la formulación (2.2), lo que significa resolver un problema PNLEM.

En esta perspectiva, la metodología más utilizada fue la técnica de descomposición de Benders la cual explora una descomposición natural del

---

<sup>31</sup> Escobar, A. (2002). *Planeamiento dinámico de la expansión de sistemas de transmisión usando algoritmos combinatoriales*. Pereira: Universidad Tecnológica de Pereira, Tesis de maestría.

<sup>32</sup> Gómez, G. (2008). *Algoritmos GRASP y Simulated Annealing como inicializadores de Branch and Bound en la solución de planeamiento estático de sistemas de transmisión*. Pereira: Universidad Tecnológica de Pereira, tesis de maestría.

problema de planeamiento de la expansión de los sistemas de planeación (Romero R. , 1993)<sup>33</sup>, (Haffner, 2000)<sup>34</sup>, (Pereira, Binato, & Granville, 2001)<sup>35</sup>, (Dehghan, Kazemi, & Neyestani, 2011)<sup>36</sup>, subdividiéndolo en dos partes:

- **Subproblema de inversión** en el que se escoge un plan de expansión candidato y se calculan los costos de inversión asociados al mismo.
- **Subproblema de operación** donde es probado el plan de expansión candidato en términos de una adecuada atención de la demanda.

La optimización global se obtiene a través de una solución iterativa de las soluciones separadas de los subproblemas de operación e inversión.

Los primeros investigadores en emplear los esquemas de descomposición matemática fueron los miembros del centro de investigación eléctrica CEPEL en Brasil; estos usaron descomposición de Benders para resolver el problema de planeamiento usando el modelo de transportes y el modelo DC, separadamente.

En un trabajo posterior realizado en la Universidad de Stanford en 1985, el mismo grupo de investigadores presentó los resultados teóricos de un trabajo que utilizaba descomposición de Benders generalizada para problemas de planeamiento.

El método Branch and Bound, siguiendo un proceso enumerativo, genera restricciones que dividen y limitan el espacio discreto y encuentra la solución óptima de problemas de optimización lineal entera mixta (PLEM). Al usar esta metodología en problemas de planeamiento de sistemas de transmisión (Haffner S. , Monticelli, Garcia, & Romero, 2000)<sup>37</sup>, (Carreño, Escobar, & Gallego, 2003)<sup>38</sup>,

---

<sup>33</sup> Romero, R. (1993). *Um método de decomposição para planejamento a longo prazo de sistemas de transmissão*. UNICAMP, tesis doctoral.

<sup>34</sup> Haffner, S. (2000). *O planejamento da expansão dos sistemas elétricos no contexto de um ambiente competitivo*. UNICAMP, tesis doctoral.

<sup>35</sup> Pereira, M., Binato, S., & Granville, S. (2001). A new benders decomposition approach to solve power transmission network desing problems. *IEEE Transactions on Power Systems, Volumen 16 Número 2*, 235-240.

<sup>36</sup> Dehghan, S., Kazemi, A., & Neyestani, N. (2011). Multistage transmission expansion planning alleviating the level of transmission congestion. *PowerTech, 2011 IEEE Trondheim*, 1-8.

<sup>37</sup> Haffner, S., Monticelli, A., Garcia, J., & Romero, R. (2000). Branch and Bound Algorithm for Transmission System Expansion Planning Using a Transportation Model. *Generation, Transmission and Distribution, IEE Proceedings, volumen 147*, 149-156.



(Rider, Garcia, & Romero, 2007)<sup>39</sup>, (Saboori, Mohammadi, & Taghe, 2011)<sup>40</sup>, se encuentra la solución óptima de sistemas de mediano tamaño; sin embargo, al tratar de resolver el sistema de prueba norte-nordeste brasileiro, el método no alcanza convergencia. Otro método basado en el Branch and Bound que ha sido usado para resolver el problema de planeamiento es el método de Branch and Cut (Garcés, Conejo, García, & Romero, 2009)<sup>41</sup>, (Sousa & Asada, 2011)<sup>42</sup>, el cual durante el proceso de optimización incluye técnicas de planos cortantes para minimizar el espacio de búsqueda.

Ya que estas metodologías mostraron ser inadecuadas para resolver sistemas de gran tamaño, se dio inicio a una nueva fase de investigaciones relacionadas con los métodos de optimización combinatorial, cuyas características fundamentales son las de poder resolver problemas de gran tamaño, obtener soluciones muy próximas al óptimo global y obtener soluciones en tiempos de cómputo razonables.

### 2.3.2 MÉTODOS DE OPTIMIZACIÓN COMBINATORIAL

Resolver un problema de optimización combinatorial consiste en determinar la “mejor” o la solución “óptima” entre un gran número de soluciones alternativas. Se asume que la calidad de una solución es cuantificable y que puede ser comparada con otra solución; además de esto, el conjunto de soluciones es finito.

En las últimas décadas surgieron una gran cantidad de problemas complejos en diversas áreas tales como: Ciencias Matemáticas, Ciencias de la Computación, Ingeniería, etc.

---

<sup>38</sup> Carreño, E., Escobar, A., & Gallego, R. (2003). Planeamiento de Sistemas de Transmisión Usando Branch and Bound con Pseudocostos. *II Congreso Internacional de Ingenierías Eléctrica y Electrónica*.

<sup>39</sup> Rider, M., Garcia, A., & Romero, R. (2007). Branch and Bound Algorithm for Transmission Network Expansion Planning Using DC Model. *Power Tech*, 1350-1355.

<sup>40</sup> Saboori, H., Mohammadi, M., & Taghe, R. (2011). Composite Generation and Transmission Expansion Planning Considering the Impact of Wind Power Penetration. *Power and Energy Engineering Conference (APPEEC)*, 1-6.

<sup>41</sup> Garcés, L., Conejo, A., García, R., & Romero, R. (2009). A Bilevel Approach to Transmission Expansion Planning Within a Market Environment. *IEEE TRANSACTIONS ON POWER SYSTEMS*, Volumen 24 Número 3, 1513-1522.

<sup>42</sup> Sousa, A., & Asada, E. (2011). A Heuristic Method Based on the Branch and Cut Algorithm to the Transmission System Expansion Planning Problem. *Power and Energy Society General Meeting*, 1-6.

Entre todos los problemas de optimización combinatorial, el problema del Agente viajero es probablemente el más conocido. En este problema el Agente inicia un recorrido en una ciudad, visita cada una de las ciudades de una lista y regresa a la ciudad de partida, de tal manera que la ruta recorrida sea mínima. La importancia de este problema radica en que combina las características críticas de grandes problemas de optimización combinatorial.

Una consecuencia directa de la propiedad “NP-completo” es que la solución óptima no puede ser obtenida en tiempo de cómputo razonables. Grandes problemas “NP-completo” pueden ser, sin embargo, resueltos con algoritmos apropiados, esto es, se puede seleccionar entre dos opciones: una que permite obtener el óptimo global con la desventaja de requerir tiempos de cómputo impracticables, y otra que permite obtener soluciones subóptimas en tiempos de computación razonables.

La primera opción, da origen a una primera clase de algoritmos de optimización. Ejemplos bien conocidos son los métodos de enumeración usando planos de corte o técnicas de programación dinámica. La segunda opción, constituye una clase de algoritmos de aproximación, también frecuentemente denominados algoritmos heurísticos, tales como algoritmos de búsqueda local y algoritmos aleatorios. La división entre estas dos clases de algoritmos no está muy bien definida. Algunos tipos de algoritmos pueden ser empleados con ambos propósitos; por ejemplo, reglas de limitación heurística de “Branch and Bound” pueden ser fácilmente transferidas a un algoritmo aproximado.

Aparte de esto, se distinguen en ambas clases los algoritmos generales y algoritmos especializados. Los primeros, se aplican a una gran variedad de problemas y por tanto pueden ser llamados algoritmos independientes del problema. Los segundos, emplean información específica y su aplicación es por consiguiente limitada a un conjunto restringido de problemas. Los algoritmos especializados, requieren de la construcción de un nuevo algoritmo para cada tipo de problema de optimización combinatorial.

Algoritmos combinatoriales heurísticos (metaheurísticas) de propósito general y que han mostrado excelentes desempeños son por ejemplo Simulated Annealing (Aarts & Korst, 1989)<sup>43</sup>, (Romero, Gallego, & Monticelli, 1996)<sup>44</sup>, (Cortès-

---

<sup>43</sup> Aarts, E., & Korst, J. (1989). *Simulated Annealing and Boltzmann Machines*. John Wiley & Sons.

<sup>44</sup> Romero, R., Gallego, R., & Monticelli, A. (1996). Transmission System Expansion Planning by Simulated Annealing. *IEEE Transactions on Power Systems*, Volumen 11 Número 1, 364-369.

Carmona, Palma-Behnke, & Moya, 2009)<sup>45</sup>; Búsqueda Tabú (Glover & Laguna, 1996)<sup>46</sup>, (Leite da Silva, da Fonseca Manso, de Resende, & Rezende, 2008)<sup>47</sup>, (Mori & Kakuta, 2011)<sup>48</sup>; GRASP (Feo & Resende, 1995)<sup>49</sup>, (Gomez, 2008)<sup>50</sup>, (Rahmani, Romero, Rider, & Paredes, 2012)<sup>51</sup>; Algoritmos Genéticos (Gallego, Monticelli, & Romero, 1998)<sup>52</sup>, (Gallego L., 2005)<sup>53</sup>, (Escobar A., 2008)<sup>54</sup>, (Shivaie, Sepasian, & Sheikh–El–Eslami, 2011)<sup>55</sup>; y Algoritmos de Aprendizaje Reforzado (Dorigo & L., 1997)<sup>56</sup>, (Fuchs & Gjengedal, 2011)<sup>57</sup>; entre otros.

Las técnicas metaheurísticas a pesar de su capacidad para buscar en de manera eficiente sobre el espacio solución pueden caer fácilmente en óptimos locales de mala calidad o demorar un tiempo extenso para encontrar la solución a un problema. Por esta razón es necesario dar un punto inicial de buena calidad a estas técnicas para potenciarlas y tener una mayor probabilidad de encontrar un óptimo local de buena calidad o el óptimo global. Estos puntos iniciales son

---

<sup>45</sup> Cortès- Carmona, M., Palma-Behnke, R., & Moya, O. (2009). Transmission Network Expansion Planning by a Hybrid Simulated Annealing Algorithm . *Intelligent System Applications to Power Systems. ISAP '09. 15th International Conference on*, 1-7.

<sup>46</sup> Glover, F., & Laguna, M. (1996). *Tabu Search*. Kluwer Academic Publishers.

<sup>47</sup> Leite da Silva, A., da Fonseca Manso, L., de Resende, L., & Rezende, L. (2008). Tabu Search Applied to Transmission Expansion Planning Considering Losses and Interruption Costs. *Probabilistic Methods Applied to Power Systems. PMAPS '08. Proceedings of the 10th International Conference on*, 1-7.

<sup>48</sup> Mori, H., & Kakuta, H. (2011). Multi-objective transmission network expansion planning in consideration of wind farms. *Innovative Smart Grid Technologies (ISGT Europe), 2011 2nd IEEE PES International Conference and Exhibition on*, 1-7.

<sup>49</sup> Feo, T., & Resende, M. G. (1995). Greedy Randomized Adaptive Search Procedures. *Journal of Global Optimization, Volumen 6*, 109-133.

<sup>50</sup> Gómez, G. (2008). *Algoritmos GRASP y Simulated Annealing como inicializadores de Branch and Bound en la solución de planeamiento estático de sistemas de transmisión*. Pereira: Universidad Tecnológica de Pereira, tesis de maestría.

<sup>51</sup> Rahmani, M., Romero, R. A., Rider, M. J., & Paredes, M. (2012). Domain reduction using GRASP construction phase for transmission expansion planning problem. *EvoCOP'12 Proceedings of the 12th European conference on Evolutionary Computation in Combinatorial Optimization*, 87-98.

<sup>52</sup> Gallego, R., Monticelli, A., & Romero, R. (1998). Transmission System Expansion Planning by Extended Genetic Algorithm. *IEEE Proceedings – Generation, Transmission and Distribution, Volumen 145 Número 3*, 329-335.

<sup>53</sup> Gallego, L. (2005). *Planeamiento de la expansión de Redes de Transmisión de energía eléctrica Considerando Contingencias*. Pereira: Universidad Tecnológica de Pereira, tesis de maestría.

<sup>54</sup> Escobar, A. (2008). *Análise Crítica de Aspectos de Modelagem Matemática no Planejamento da Expansão a Longo Prazo de Sistemas de Transmissão*. Ilha Solteira: UNESP, tesis doctoral.

<sup>55</sup> Shivaie, M., Sepasian, M. S., & Sheikh–El–Eslami, M. K. (2011). Multi–Objective Transmission Expansion Planning Using Fuzzy–Genetic Algorithm. *IJST, Transactions of Electrical Engineering, Volumen 35 Número E2*, 141-159.

<sup>56</sup> Dorigo, M., & L., G. (1997). Ant Colony System: A Cooperative Learning Approach to the Traveling Salesman Problem. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 53-56.

<sup>57</sup> Fuchs, I., & Gjengedal, T. (2011). Ant colony optimization and analysis of time step resolution in transmission expansion computations for wind power integration. *Intelligent System Application to Power Systems (ISAP), 16th International Conference on*, 1-6.

obtenidos mediante la aplicación de técnicas heurísticas que usan índices de sensibilidad para determinar la mejor solución. Para el caso del planeamiento de la expansión de redes de transmisión existen algoritmos heurísticos bastante conocidos en la literatura, estos algoritmos son la heurística de Garver, la heurística de Villasana- Garver, heurística de mínimo esfuerzo, heurística de mínimo corte de carga y la heurística de Levi- Calovic, estas heurísticas son explicadas ampliamente en (Escobar, Gallego, & Romero, 2010)<sup>58</sup>. Estos algoritmos heurísticos son los encargados de dar un punto inicial factible de buena calidad para iniciar la técnica metaheurística.

Cuando un método exacto tiene capacidad para resolver un problema de optimización, este siempre deberá ser empleado ya que garantiza la obtención de la solución óptima. El gran inconveniente que puede surgir es el requerimiento de un gran esfuerzo computacional. En los casos en que no existe una metodología exacta, generalmente se recurre a los métodos heurísticos los cuales encuentran soluciones de buena calidad en tiempos de computación relativamente pequeños (dependiendo de la calidad de la respuesta que se desea obtener).

### **2.3.3 HERRAMIENTAS UTILIZADAS PARA EL DESARROLLO DE LAS TÉCNICAS DE SOLUCIÓN**

La herramienta fundamental para el desarrollo de modelos y técnicas de solución del problema de planeamiento de redes de transmisión son los lenguajes de programación de propósito general, como FORTRAN, C, C++, entre otros. Como es dicho en (FOURER, Gay, & Kernighan, 2003)<sup>59</sup>, la programación matemática es una secuencia de eventos que puede ser descrita de la siguiente manera:

- Formular el modelo, las variables del sistema, objetivos, y las restricciones que representan el problema a resolver.
- Adquirir los datos que definen el problema específico.

---

<sup>58</sup> Escobar, A., Gallego, R., & Romero, R. (2010). *Modelos Usados en el Planeamiento e la Expansión a Largo Plazo de Sistemas de Transmisión de Energía Eléctrica*. Pereira: Taller de publicaciones 1ª ed. Pereira (Colombia), Universidad Tecnológica de Pereira.

<sup>59</sup> Fourer, R., Gay, D., & Kernighan, B. (2003). *AMPL: A modeling Language for Mathematical Programming*. Second Ed. Brooks /Cole –Thomson Learning.

- Generar la función objetivo y las restricciones del modelo en base a los datos adquiridos.
- *Resolver* el problema corriendo el programa, o *solver*, para aplicar un algoritmo que encuentre el valor óptimo de las variables.
- Analizar los resultados.
- Refinar el modelo y los datos, y repetir.

La construcción de algoritmos que permitan encontrar una solución a un problema específico en lenguajes de programación de alto nivel como lo son FORTRAN o C++, requiere de un elevado conocimiento del problema así como de técnicas de solución empleadas para *resolverlo*, además de esto la implementación de estos algoritmos no es tan directa por lo que es necesario de algunos días para construir el algoritmo de manera correcta y eficiente. Para aliviar esta carga son utilizados los lenguajes de modelamiento matemático, estos lenguajes trabajan en conjunto con *solvers* o paquetes de optimización para optimizar el problema matemático, estos últimos fueron entonces usados en el desarrollo de este trabajo.

Los lenguajes de modelamiento matemático tienen como función ser una interfaz entre el usuario y el *solver*, esto con el objetivo de facilitar el desarrollo de los modelos matemáticos de la investigación, así como de las técnicas de solución para *resolverlo*. Existen lenguajes de modelamiento, entre ellos se encuentran GAMS, LINGO, AMPL, entre otros. Para este trabajo el lenguaje de modelamiento empleado fue AMPL, por lo que será explicado con mayor detalle.

Como es mencionado en (Escobar, Duque, Melchor, & Escobar, 2012)<sup>60</sup>, una de las mayores ventajas que ofrece AMPL (A Mathematical Programming Language) es la facilidad de síntesis del problema, ya que se asemeja en gran medida al planteamiento de un problema de optimización convencional (función Objetivo y restricciones). El planteamiento de un problema de optimización en AMPL cuenta con la siguiente estructura básica:

---

<sup>60</sup> Escobar, L., Duque, A., Melchor, J., & Escobar, A. (2012). Planeamiento de sistemas de transmisión de energía eléctrica usando AMPL. *Scientia et Technica [Online]*, Volumen 2 Número 51, 22 - 27.

- Definición de conjuntos: Formados por los elementos del problema que definen el tamaño de los vectores y matrices que son ingresados al *solver*. Para el problema de planeamiento de sistemas de transmisión se usaron como conjuntos el número de barras y corredores del sistema.
- Definición de parámetros: Valores constantes característicos del sistema. Para el problema de planeamiento de sistemas de transmisión se definieron como parámetros la generación y la demanda de las barras, capacidad, reactancia y costo de las líneas de transmisión, cantidad de circuitos existentes y número máximo de circuitos existentes por corredor.
- Declaración de variables: Son las incógnitas del problema a resolver. Para el problema de planeamiento de sistemas de transmisión se declararon como variables el número de circuitos a adicionar, la generación y el racionamiento.
- Definición de la función objetivo: Es la función que relaciona las variables del problema a ser optimizadas.
- Definición de restricciones: Son expresiones matemáticas de igualdad o desigualdad que limitan el valor de las variables del problema. Según el modelo se definieron como restricciones la primera y la segunda ley de Kirchhoff, límites de generación, corte de carga y límite de circuitos por corredor.

Un *solver* es un programa matemático (disponible en forma de librería o como programa independiente) que resuelve un problema matemático. Los *solvers* cuentan con algoritmos para solucionar diferentes tipos de problemas y son especializados.

AMPL constituye la interfaz entre el usuario y el *solver* (técnica exacta de solución que se desea utilizar). Una vez el usuario realiza la descripción del problema en AMPL, se indica el *solver* que se desea emplear. El problema es traducido por el AMPL a un formato que el *solver* pueda comprender y el AMPL recibe la solución entregada por el *solver* y se la presenta al usuario usando formatos simples. AMPL soporta una gran cantidad de *solvers*, incluidos CPLEX y KNITRO, empleados en este trabajo, y que resuelven problemas de optimización de PLE y PNLE.

CPLEX es un programa de computador desarrollado por IBM capaz de *resolver* problemas de programación lineal (PL) y problemas de programación lineal entera (PLE) usando el método SIMPLEX o sus variantes, el método de punto interior y métodos de programación lineal entera como Branch and Cut. KNITRO (Nonlinear Interior point Trust Area Optimization), por otro lado, es un *solver* especializado en problemas de optimización matemática de programación no lineal entera (PNLE). Aunque también cuenta con la capacidad de *resolver* problemas de programación lineal. KNITRO cuenta con tres algoritmos básicos para solucionar los problemas de optimización, entre los que se encuentra el método de punto interior.

## **CAPÍTULO 3**

### **DETERMINACIÓN DE RESTRICCIONES ESPECIALIZADAS PARA EL PROBLEMA DEL PLANEAMIENTO DE LA EXPANSIÓN DE REDES DE TRANSMISIÓN**

La reducción del espacio de solución generado por las variables de inversión del problema de planeamiento de redes de transmisión ha sido uno de los principales objetivos de esta temática, esto con el fin de disminuir la dificultad matemática que representa este problema por la explosión combinatorial de opciones de solución. Este tema ha sido abordado principalmente mediante una reducción de variables mediante técnicas heurísticas y metaheurísticas que permiten seleccionar variables principales del problema o determinar inversiones previas de gran importancia para ingresarlas a una técnica más robusta que tendría que considerar menos variables de inversión minimizando así el espacio de búsqueda.

Las técnicas de reducción de variables no son las únicas que permiten una reducción del espacio de solución, otra alternativa interesante para este fin es la manipulación o desarrollo de nuevas restricciones sobre los modelos matemáticos. Un problema de optimización de la vida real puede ser definido mediante una función objetivo que busca maximizar o minimizar un conjunto de variables que pueden estar solas o acompañadas de alguna unidad numérica, esta función indica la posición de desplazamiento de cualquier técnica de solución a través del espacio de búsqueda. El otro componente que forma parte de la definición del problema son las restricciones que varían de acuerdo con cada tipo de problema en específico. Estas cumplen la función de delimitar el espacio de búsqueda a sólo un conjunto específico de soluciones que cumplen dichas restricciones. Un problema de optimización con un modelamiento que sea lo más próximo a la realidad no necesariamente debe tener demasiadas variables y restricciones, realmente el factor decisivo es si las variables y restricciones seleccionadas representan de manera efectiva la realidad del problema.

Con lo mencionado en el párrafo anterior es necesario resaltar que los modelos utilizados para el planeamiento han sido ampliamente validados y en el caso más completo de modelamiento, que es el modelo DC, cumple de manera muy aproximada con las situaciones que ocurren en un sistema eléctrico de potencia. Las nuevas restricciones que se aplicaron sobre el modelo matemático del problema del planeamiento fueron realizadas con el objetivo de minimizar el espacio de solución preservando la integralidad y calidad de representación de situaciones reales del modelo.



### 3.1 RESTRICCIONES ESPECIALIZADAS

Una restricción especializada es aquella que permite realizar un corte en el espacio solución generado por el modelo matemático de un problema de optimización, sin eliminar la solución óptima del mismo. Estas restricciones especializadas varían para cada problema de optimización, pues cada uno es controlado por sus propias leyes físicas. Para generar las nuevas restricciones que son adicionadas al modelo es importante conocer de manera precisa el comportamiento del problema y las leyes físicas, operativas, económicas, entre otros.

Determinar si el óptimo global no es eliminado por la restricción especializada parte de la experimentación, es decir probar la restricción mediante su inclusión en el modelo matemático y utilizar sistemas de prueba ampliamente conocidos en la literatura con los que se pueda comparar las soluciones obtenidas. Si la solución óptima es eliminada del problema la restricción debe ser rechazada pues perjudica el modelo planteado y la calidad de las respuestas que se podrían encontrar de este.

El espacio de soluciones está definido por las restricciones del modelo matemático, por lo que las técnicas de solución exactas deben explorar todo el espacio de solución generado en búsqueda de su solución óptima. Este espacio dependiendo de las dimensiones del problema puede ser muy grande. La aplicación inteligente de nuevas restricciones al modelo permite eliminar áreas de baja calidad que las técnicas de solución no tendrían que explorar, agilizándolo y mejorando a la vez las posibilidades de encontrar el óptimo global del problema.

Para ilustrar el efecto de las restricciones especializadas sobre el espacio de solución se muestra la figura 1. En esta figura se muestra el espacio solución para un problema simple, definido por las restricciones del mismo (líneas en azul). Mediante la figura es posible visualizar la idea de adicionar restricciones especializadas al modelo matemático. Se puede observar claramente que el tamaño del espacio de búsqueda es reducido por la adición de las nuevas restricciones. Esta reducción implica eliminar áreas de baja calidad aumentando así la eficacia de las técnicas de solución al no tener que explorar todas las posibles opciones.

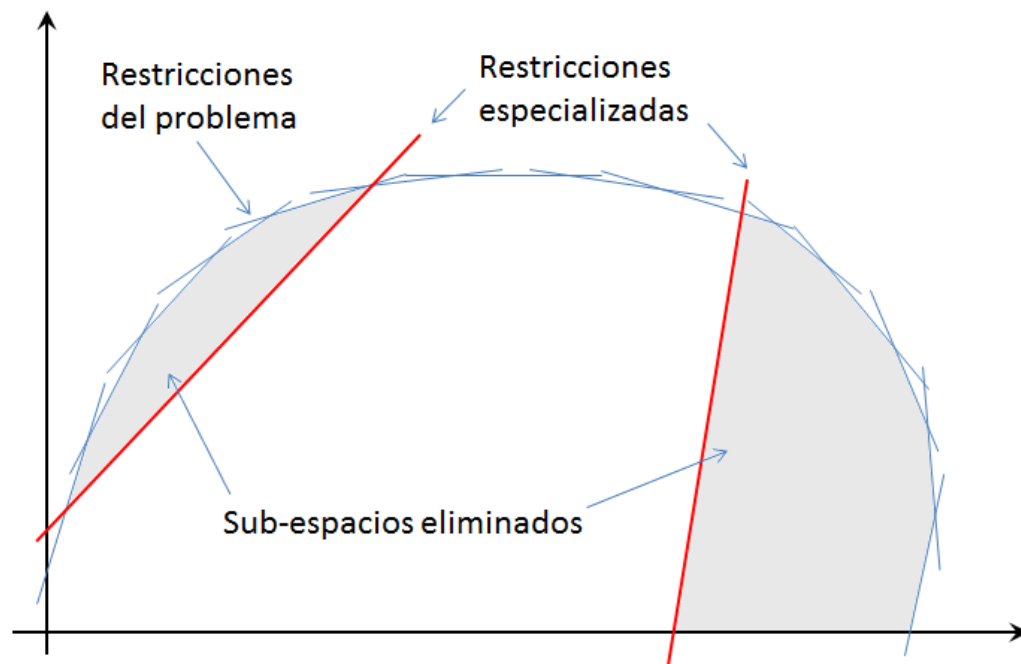


Figura 1: Espacio de solución reducido por las restricciones especializadas

Esta reducción generada en el espacio solución presenta grandes beneficios disminuyendo la explosión combinatorial de opciones resultante del problema, lo que a su vez alivia la complejidad computacional del problema. El beneficio obtenido para técnicas de solución exactas o combinatoriales también es alto como se ha mencionado anteriormente. Las figuras 2 y 3 muestran el efecto que causa la inclusión de restricciones especializadas sobre técnicas de solución como son el método SIMPLEX para problema de programación lineal y el método de Branch and Bound que es usado para resolver problemas de programación lineal entera.

En la figura 2 se muestra como el método SIMPLEX requiere de menos iteraciones para llegar a la solución óptima del problema. Esta técnica se basa en un desplazamiento a través de puntos en la frontera del espacio de búsqueda formada por las restricciones del modelo, esto con el conocimiento de que en problemas de programación lineal la solución óptima es siempre un punto extremo. En cada iteración se mueve de un punto extremo (intersección de restricciones que conforman una solución factible) al próximo más cercano en la dirección indicada por el gradiente de la función objetivo. Se puede observar que la trayectoria que sigue el método con las restricciones especializadas es más corta que si no estuvieran incluidas.

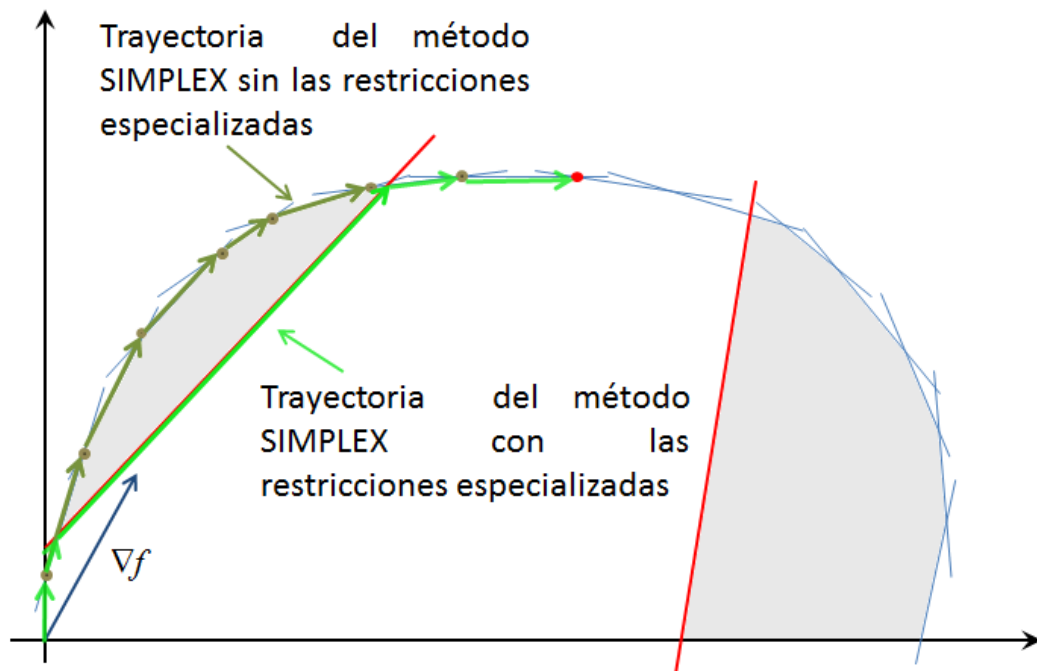


Figura 2: Comportamiento del método SIMPLEX con la inclusión de restricciones especializadas

La técnica de solución de Branch and Bound se basa en el lanzamiento de múltiples PL y diversos criterios para determinar las variables que deben ser ramificadas con el fin de obtener un valor entero de cada una de las variables enteras del problema. Esta técnica es exhaustiva en la búsqueda de la solución, pues explora cada ramificación y almacena los valores obtenidos en cada nodo evaluado. El uso de restricciones especializadas permite reducir el número de nodos evaluados por el B & B, eliminando aquellos de mala calidad. En la figura 3 se puede observar la técnica de Branch and Bound realizando sus ramificaciones y evitando evaluar nodos que son excluidos por las restricciones especializadas.

Esta metodología es interesante como propuesta de reducción del espacio de solución, pues a diferencia de otras metodologías propuestas en la literatura, esta no requiere de pasos previos para realizar la reducción del espacio de solución. La mayoría de propuestas realizadas en la literatura son basadas en la utilización de algoritmos que permiten reducir el espacio de solución mediante la selección de las variables más representativas del problema a resolver. Otro tipo de reducción del espacio de búsqueda se encuentra de manera implícita en las técnicas metaheurísticas al combinarlas con técnicas heurísticas, pues las técnicas heurísticas dan puntos de inicio de buena calidad a las técnicas metaheurísticas, indicando esto que las técnicas heurísticas aproximan al método a sub-espacios de buena calidad, alejándolo de soluciones de mala calidad.

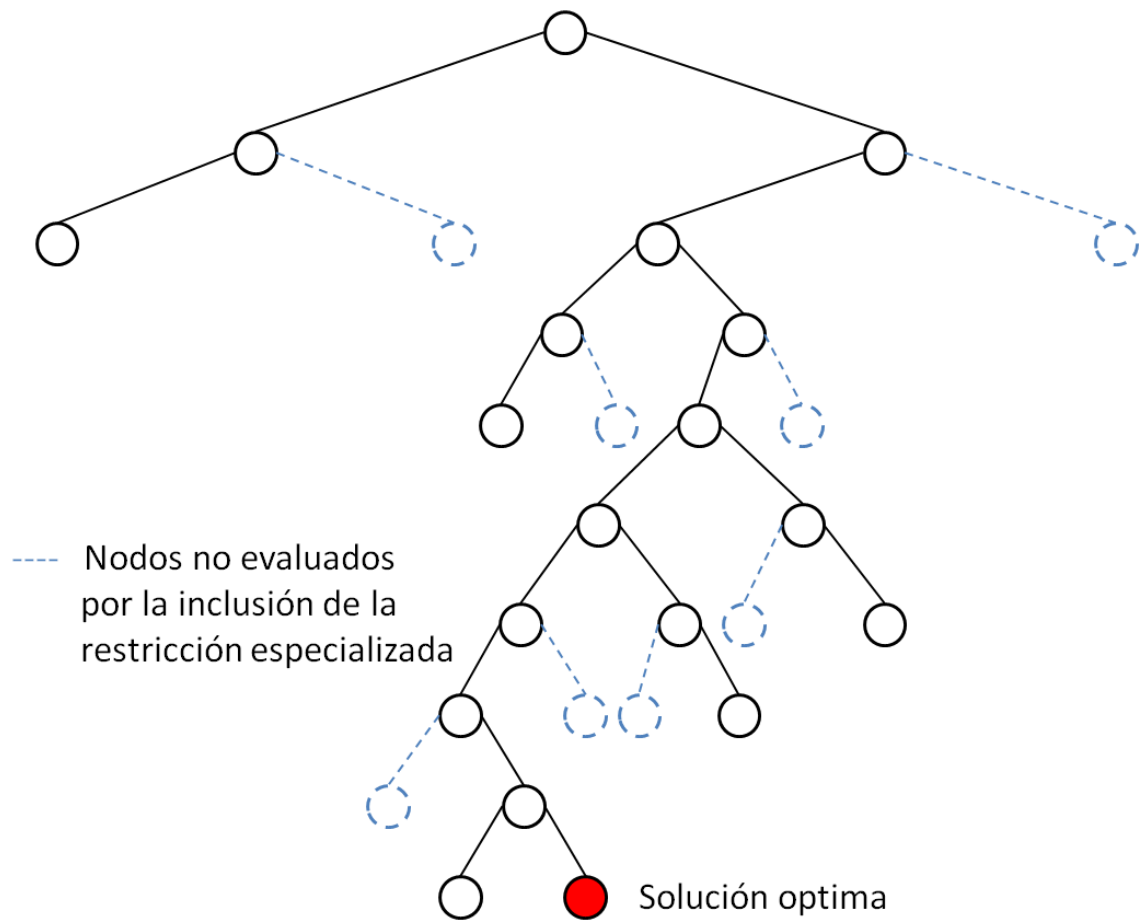


Figura 3: Técnica de Branch and Bound involucrando las restricciones especializadas

El desarrollo de métodos que permitan determinar de manera práctica conjuntos de restricciones especializadas es una necesidad en aumento que tiene como objetivo disminuir el tiempo y el consumo de memoria necesarios para determinar soluciones para los diferentes problemas de la vida real, y aproximar las técnicas exactas a problemas de mayor tamaño y complejidad que los solucionados actualmente con estas técnicas. Esta metodología puede ser implementada sobre cualquier problema de optimización, pero con cierto nivel de precaución para evitar perjudicar la solución óptima de dicho problema.

### **3.2 RESTRICCIONES ESPECIALIZADAS EN EL PROBLEMA DEL PLANEAMIENTO DE LA TRANSMISIÓN**

Para el problema del planeamiento de redes de transmisión es posible obtener un nuevo conjunto de restricciones (restricciones especializadas), adicionales a las restricciones usuales de los modelos matemáticos que representan este problema. Es bien conocido que este problema es de difícil solución para sistemas de gran tamaño y complejidad matemática, debido a la explosión combinatorial de soluciones, generando entonces un tamaño del espacio solución considerable. El objetivo de estas nuevas restricciones en este problema es el de disminuir la dificultad matemática que representa resolverlo.

Para el caso del problema de planeamiento de la transmisión, las leyes físicas que lo rigen son la primera y segunda ley de Kirchhoff, por lo tanto una construcción inicial de restricciones especializadas que alivien su dificultad deben partir de estas. Para el caso de este trabajo se realizaron restricciones especializadas basadas en la primera ley de Kirchhoff que indica un equilibrio de potencias entrantes y salientes de un nodo del sistema de transmisión.

La obtención de restricciones a partir de la primera ley de Kirchhoff es para minimizar la posibilidad de eliminar la solución óptima de este problema, además de esto, la primera ley permite mayor manipulación, pues la segunda ley es la restricción más limitante y la que presenta mayor dificultad en el modelamiento de sistemas de transmisión. Las nuevas restricciones generadas serán aplicadas sobre los nodos del sistema que cumplan 2 características importantes:

1. El nodo al cual se aplica la restricción debe contener algún valor de generación y/o demanda.
2. La capacidad de transmisión existente en el nodo debe ser incapaz de satisfacer las necesidades de atender la demanda, es decir que presente racionamiento o que su capacidad de transmisión no permita entregar la generación sobrante del nodo al resto del sistema de potencia.

Las características presentadas son necesarias para la modificación de la primera ley de Kirchhoff. La presentación de las restricciones para este conjunto de nodos será mostrada de 3 maneras diferentes, de las cuales algunas serán más restrictivas que otras y tendrán un efecto de corte mayor sobre el espacio de búsqueda del problema.

### 3.2.1 RESTRICCIÓN ESPECIALIZADA ESTÁNDAR

La restricción especializada basada en la primera ley de Kirchhoff es obtenida mediante un análisis realizado a un nodo genérico del sistema de potencia que contenga tanto generación como demanda. Si el nodo tiene la suficiente capacidad de transmisión y no es un nodo de paso de potencia del sistema, es evidente que la solución final no contendrá adiciones en este nodo, pero si el las líneas que llegan al nodo presentan congestión y además este nodo presenta racionamiento o generación atrapada, la solución final contendrá nuevos circuitos adicionados al nodo con el fin de atender este déficit de transmisión.

La situación presentada es ilustrada mediante la figura 4. Esta figura muestra un nodo  $k$  en el cual existe generación y demanda, suponiendo que el sistema no tiene redespacho (la generación igual a la demanda) y tiene circuitos existentes conectados a él. En este nodo se tiene una cantidad de potencia neta dada por el valor absoluto de la diferencia entre la generación y la demanda  $|\bar{g}_k - d_k|$ . La potencia neta representa dos cosas. Si  $\bar{g}_k > d_k$ , la potencia neta es el valor de generación excedente del nodo que puse ser aprovechada en otras partes del sistema. En este caso esta potencia es inyectada desde el nodo al sistema. Si  $d_k > \bar{g}_k$ , la potencia neta es el valor de demanda que falta por atender en el nodo. En este caso, esta potencia debe ser producida por los generadores del sistema y debe ser conducida a través del sistema de transmisión hacia el nodo  $k$ .

Ahora suponiendo que la capacidad de transmisión que llega al nodo es insuficiente para satisfacer esta potencia neta del nodo, esta insuficiencia de capacidad puede ser calculada mediante la diferencia entre la potencia neta y la capacidad de transmisión entrante y saliente del nodo  $|\bar{g}_k - d_k| - \sum_{ij \in \Omega_k} \bar{f}_{ij} n_{ij}^0$ , donde

$\Omega_k$  es el subconjunto de corredores existentes conectados al nodo  $k$ .

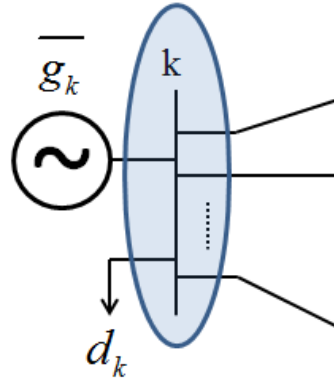


Figura 4: Nodo de un sistema de potencia con generación y demanda

Si la situación planteada ocurre, se tendrían que adicionar circuitos a este nodo que permitan tener una capacidad mayor a la diferencia mostrada, generando entonces la siguiente restricción:

$$\sum_{ij \in \Omega} \bar{f}_{ij} n_{ij} \geq \left| \bar{g}_k - d_k \right| - \sum_{ij \in \Omega_1} \bar{f}_{ij} n_{ij}^0 \quad (3.1)$$

Dónde:

$\Omega$ , Subconjunto de corredores candidatos que se conectan con el nodo k.

$\Omega_k$ , Subconjunto de corredores existentes que se conectan con el nodo k.

$n_{ij}$ , Circuito candidato que tiene conexión con el nodo k.

$\bar{g}_k$ , Capacidad máxima de generación en el nodo k.

$d_k$ , Demanda del nodo k.

$n_{ij}^0$ , Número de circuitos existentes en el corredor i-j que tiene conexión con el nodo k.

$\bar{f}_{ij}$ , Capacidad máxima de potencia para un circuito.

Para el caso en el que el sistema tiene redespacho la restricción asume la siguiente forma:

$$\sum_{ij \in \Omega} \overline{f_{ij}} n_{ij} + g_k \geq d_k - \sum_{ij \in \Omega_1} \overline{f_{ij}} n_{ij}^0 \quad (3.2)$$

Es posible observar que la restricción planteada es diferente a la ecuación 3.1, esto debido a que el valor de la generación es una variable del problema y el valor que asume es incierto.

La restricción 3.1 nos indica que para este nodo, la capacidad de las nuevas adiciones debe ser suficiente para atender la potencia neta sobrante del nodo. La finalidad de esta restricción es evitar que la técnica de solución evalúe posibilidades de inversión que no podrían satisfacer la insuficiencia de capacidad del nodo. La justificación para que la restricción tenga una desigualdad del tipo mayor o igual es mostrada en la figura 5. Puede ocurrir que el nodo al cual se le aplica la restricción especializada sea un nodo de paso de potencia entre zonas de gran generación y/o demanda, por esta razón limitar el nodo mediante otro tipo de desigualdad podría eliminar la solución óptima del problema.

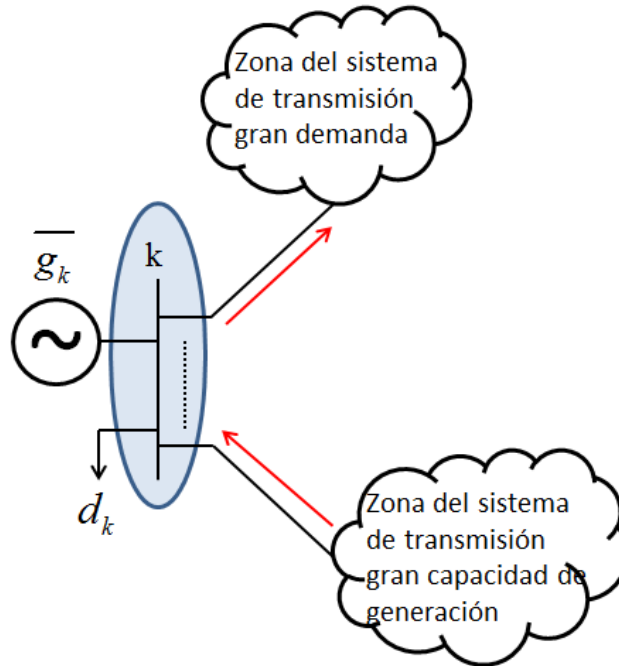


Figura 5: Nodo de paso de potencia entre zonas de generación y demanda

De este modo es definida la primera restricción especializada, mediante la ecuación 3.1 para el planeamiento de redes de transmisión. Para presentar el efecto de esta restricción especializada se emplea el sistema de transmisión de la figura 6, en este se tiene un único nodo con generación, y demanda en todos los nodos y se puede observar que la red de transmisión existente es insuficiente para



evacuar la diferencia entre la generación máxima y la demanda, es decir, los 800 MW excedentes que pueden ser inyectados desde este nodo al sistema. Se supone que el sistema es sin redespacho. Para este sistema el número máximo de circuitos permitidos es 4 por corredor. Cabe resaltar que este sistema no tiene redespacho, diciendo esto que el valor de la generación es igual a la demanda neta del sistema. La solución óptima para este problema es evidente: agregar una línea en el corredor 1-2 y en el corredor 1-3, sin embargo cuando este problema es resuelto por una técnica de solución, esta evaluará todas las posibilidades antes de llegar a la solución óptima.

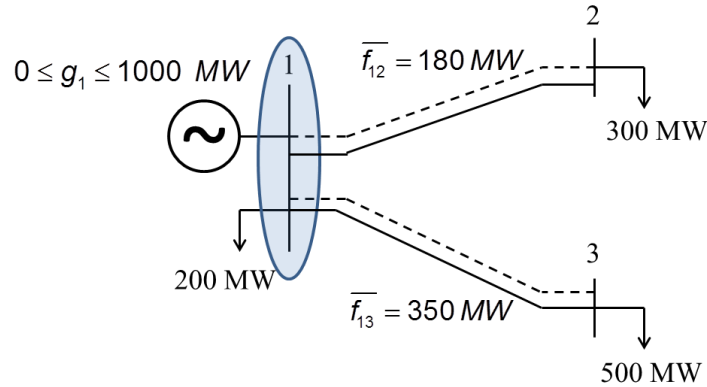


Figura 6: Sistema de transmisión de 3 barras y 2 corredores

Tomando los datos de la figura 6, usando una potencia base de 100 MW y convirtiendo en valores por unidad. Estos valores son reemplazados en la ecuación 3.1 obteniendo la siguiente ecuación:

$$1.8n_{12} + 3.5n_{13} \geq |10 - 2| - 1.8 - 3.5 \quad (3.3)$$

$$1.8n_{12} + 3.5n_{13} \geq 2.7$$

Utilizando la ecuación 3.3 para minimizar el espacio de soluciones se obtiene el resultado de la figura 7. Como se puede observar de la figura 7, el espacio discreto generado es disminuido gracias al corte adicionado al espacio de soluciones, ayudando esto a disminuir el tiempo de cómputo y el consumo de memoria requerido por cualquier técnica de solución implementada para este problema

Como se puede observar las restricciones especializadas son redundantes en el modelo de programación lineal entera, sin embargo para el modelo lineal estas restricciones acercan la solución del modelo relajado a soluciones enteras, esto es importante pues las técnicas de solución de programación lineal entera usan como base las soluciones obtenidas por técnicas de programación lineal, indicando esto que la solución obtenida por el PL se encontraría más próxima a la solución entera del problema.

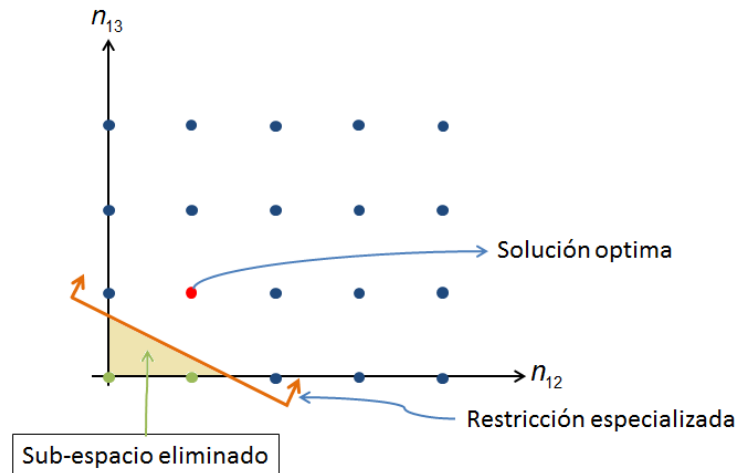


Figura 7: Espacio de solución del sistema de transmisión de la figura 6 reducido por la restricción especializada

### 3.2.2 RESTRICCIÓN ESPECIALIZADA QUE SELECCIONA EL MÍNIMO ENTRE LA CAPACIDAD DE LA LÍNEA Y LA POTENCIA NETA ENCERRADA

Una segunda forma para esta restricción 3.1 es mostrada en (Sousa & Asada, 2012)<sup>61</sup>, en esta se propone una nueva forma utilizando reducción de coeficientes (Wolsey, 1998)<sup>62</sup>, (Dietrich & Escudero, 1990)<sup>63</sup>. La implementación de la reducción de coeficientes sobre la restricción 3.1 permite obtener un nuevo corte que permite aproximar en mayor medida las variables a un valor entero perteneciente a la solución óptima.

<sup>61</sup> Sousa, A. S., & Asada, E. (2012). Uma nova abordagem branch and cut aplicada ao problema de planejamento da expansão de sistemas de transmissão de gran porte. *Controle & automação volumen 23 número 1*, 108-119.

<sup>62</sup> Wolsey, L. (1998). *Integer programming*. Wiley New York.

<sup>63</sup> Dietrich, B. L., & Escudero, L. F. (1990). Coefficient reduction for knapsack-like constraints in 0-1 programs with variable upper bounds. *Operations Research Letters 9(1)*, 9-14.

El valor de la potencia neta del nodo se convertirá en un parámetro  $b = \left| \overline{g}_k - d_k \right| - \sum_{ij \in \Omega_1} \overline{f}_{ij} n_{ij}^0$ , este parámetro indicará la cantidad de potencia encerrada en el nodo. Suponiendo que a este nodo convergen líneas de diferentes capacidades, se podría seleccionar como la capacidad de cada circuito como el  $\min\{b, \overline{f}\}$ , esto con la finalidad de permitir al corte situarse exactamente sobre el valor entero que tendría que asumir la variable que tenga como mínimo valor  $b$  en la solución óptima. De este modo la restricción resultante es la siguiente:

$$\sum_{ij \in \Omega} \{b, \overline{f}_{ij}\} n_{ij} \geq b \quad (3.4)$$

La restricción presentada es útil para sistemas sin redespacho donde es conocido el valor de la generación. Para sistemas sin redespacho el valor del parámetro  $b$  asume el siguiente valor  $b = d_k - \sum_{ij \in \Omega_1} \overline{f}_{ij} n_{ij}^0$ . Con esta condición presente es posible reestructurar la ecuación 3.2 obteniendo la siguiente restricción:

$$\sum_{ij \in \Omega} \{b, \overline{f}_{ij}\} n_{ij} + g_k \geq b \quad (3.5)$$

El efecto de esta restricción 3.4 puede ser mostrado utilizando el sistema de la figura 6. Al igual que el caso anterior la potencia base del sistema es de 100 MW, por lo que todo es convertido a valores por unidad. Reemplazando valores en  $b$  se tiene:

$$\begin{aligned} b &= |10 - 2| - 1.8 - 3.5 \\ b &= 2.7 \end{aligned} \quad (3.6)$$

Reemplazando el resultado de 3.6 en la ecuación 3.4 la restricción resultante es la siguiente:

$$\begin{aligned} \min\{2.7, 1.8\} n_{12} + \min\{2.7, 3.5\} n_{13} &\geq 2.7 \\ 1.8n_{12} + 2.7n_{13} &\geq 2.7 \end{aligned} \quad (3.7)$$

La reducción del espacio solución para esas características del sistema mediante la aplicación de la restricción especializada 3.7 es mostrado en la figura 8.

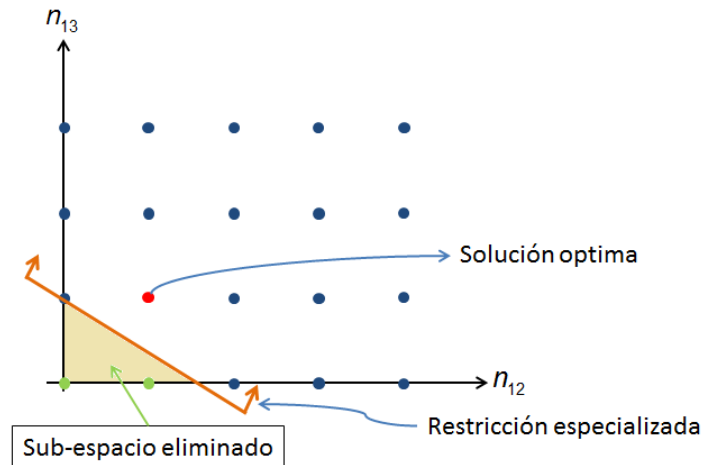


Figura 8: Espacio de solución reducido por la restricción especializada en la segunda forma para el sistema planteado

Se puede observar que para este caso la restricción eliminó soluciones infactibles del problema y además la restricción se situó en el valor exacto que toma la variable del circuito 1-3 en la solución final que es de una adición para ese corredor. Esta situación es deseable pues permite que la técnica de solución pueda llegar a la solución en menos iteraciones.

### 3.2.3 RESTRICCIÓN ESPECIALIZADA QUE UTILIZA LA FUNCIÓN TECHO

Una tercera forma para la restricción es presentada en (Haffner S. , Monticelli, Garcia, & Romero, 2001)<sup>64</sup> y (Sousa & Asada, 2012)<sup>65</sup>. Esta nueva forma de la

<sup>64</sup> Haffner, S., Monticelli, A., Garcia, A., & Romero, R. (2001). Specialized branch-and- bound algorithm for transmission network expansion planning . *IEE Proc -Generation, Transmission, Distribution Volumen 148 Número 5*, 482-488.

<sup>65</sup> Sousa, A. S., & Asada, E. (2012). Uma nova abordagem branch and cut aplicada ao problema de planejamento da expansão de sistemas de transmissão de gran porte. *Controle & automação volumen 23 número 1*, 108-119.

restricción es más restrictiva que las mostradas anteriormente. Para el caso de sistema sin redespacho el desarrollo de la restricción sigue los siguientes pasos:

1. Escoger un circuito cualquiera que pertenezca al conjunto de circuitos candidatos que conectan con el nodo k (circuito l-k) y sacarlo de este conjunto. Después definir un nuevo conjunto ( $\Gamma$ ) en el cual no haga parte el circuito extraído. Usando como base la ecuación 3.1

$$\overline{f_{lk}} n_{lk} + \sum_{ij \in \Gamma} \overline{f_{ij}} n_{ij} \geq \left| \overline{g_k} - d_k \right| - \sum_{ij \in \Gamma} \overline{f_{ij}} n_{ij}^0 - \overline{f_{lk}} n_{lk}^0 \quad (3.8)$$

2. Se divide toda la ecuación 3.8 por el valor  $\overline{f_{lk}}$ .

$$n_{lk} + \sum_{ij \in \Gamma} \frac{\overline{f_{ij}}}{\overline{f_{lk}}} n_{ij} \geq \frac{\left| \overline{g_k} - d_k \right| - \sum_{ij \in \Gamma} \overline{f_{ij}} n_{ij}^0}{\overline{f_{lk}}} - n_{lk}^0 \quad (3.9)$$

3. Se implementa la función techo sobre el término  $\frac{\overline{f_{ij}}}{\overline{f_{lk}}}$ , esta función adiciona el mayor entero contenido en el número racional. Para que esto sea válido se debe cumplir la siguiente relación:

$$\sum_{ij \in \Gamma} \left\lceil \frac{\overline{f_{ij}}}{\overline{f_{lk}}} \right\rceil n_{ij} \geq \sum_{ij \in \Gamma} \frac{\overline{f_{ij}}}{\overline{f_{lk}}} n_{ij} \quad (3.10)$$

Si la ecuación 3.10 es verificada la ecuación 3.9 asume la siguiente forma:

$$n_{lk} + \sum_{ij \in \Gamma} \left\lceil \frac{\overline{f_{ij}}}{\overline{f_{lk}}} \right\rceil n_{ij} \geq \frac{\left| \overline{g_k} - d_k \right| - \sum_{ij \in \Gamma} \overline{f_{ij}} n_{ij}^0}{\overline{f_{lk}}} - n_{lk}^0 \quad (3.11)$$

Puesto que los términos de la izquierda son valores enteros y  $n_{ij}$  es entero, los términos del lado derecho también deben ser valores enteros, siendo también aproximados mediante la función techo:

$$n_{lk} + \sum_{ij \in \Gamma} \left\lceil \frac{\overline{f_{ij}}}{\overline{f_{lk}}} \right\rceil n_{ij} \geq \left\lceil \frac{\left| \overline{g_k} - d_k \right| - \sum_{ij \in \Gamma} \overline{f_{ij}} n_{ij}^0}{\overline{f_{lk}}} \right\rceil - n_{lk}^0 \quad (3.12)$$

Así mediante la ecuación 3.12 queda definida la restricción especializada en su tercera forma. Esta restricción produce un corte más restrictivo en el espacio solución, además como se puede observar para un sólo nodo el número de restricciones resultantes es igual al número de circuitos candidatos que convergen a este. Esta restricción es válida para sistemas sin redespacho. Para el caso de sistemas con redespacho es posible agregarla únicamente a nodos con sólo demanda de energía. Para sistemas con redespacho la restricción resultante es presentada en la ecuación 3.13.

$$n_{lk} + \sum_{ij \in \Gamma} \left\lceil \frac{\overline{f_{ij}}}{\overline{f_{lk}}} \right\rceil n_{ij} \geq \left\lceil \frac{d_k - \sum_{ij \in \Gamma} \overline{f_{ij}} n_{ij}^0}{\overline{f_{lk}}} \right\rceil - n_{lk}^0 \quad (3.13)$$

Se utiliza el sistema de la figura 6, para ilustrar el corte producido al espacio solución por adicionar la restricción especializada que utiliza la función techo. Se usa una potencia base de 100 MW. Mediante la ecuación 3.12 se obtienen las restricciones especializadas para el nodo 1.

$$\begin{aligned} \text{Para } n_{12}: \quad n_{12} + \left\lceil \frac{3.5}{1.8} \right\rceil n_{13} &\geq \left\lceil \frac{|10 - 2| - 3.5}{1.8} \right\rceil - 1 \quad (3.14) \\ n_{12} + 2n_{13} &\geq 2 \end{aligned}$$

$$\text{Para } n_{13}: \left\lceil \frac{1.8}{3.5} \right\rceil n_{12} + n_{13} \geq \left\lceil \frac{|10-2|-1.8}{3.5} \right\rceil - 1 \quad (3.15)$$

$$n_{12} + n_{13} \geq 1$$

El efecto de las restricciones 3.14 y 3.15 sobre el espacio solución es mostrado en la figura 9. Como se puede observar la adición de las 2 restricciones generadas por la tercera forma, realizan un corte de mayor profundidad que las formas anteriores por lo que la técnica de solución elimina soluciones de menor calidad evaluando menos casos, disminuyendo el tiempo de cómputo requerido por las técnicas para encontrar la solución óptima.

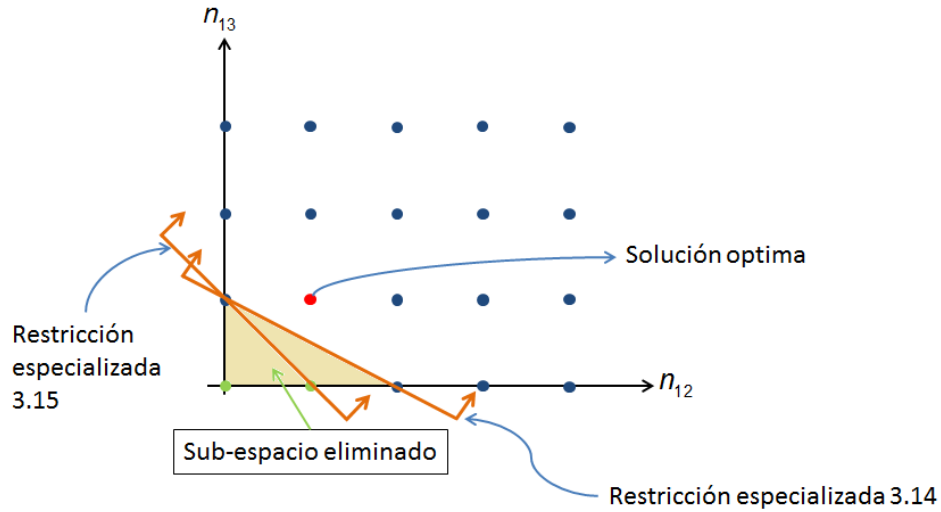


Figura 9: Espacio de solución reducido por la restricción especializada en la tercera forma para el sistema planteado

### 3.3 RESTRICCIONES ESPECIALIZADAS APLICADAS A ÁREAS DEL SISTEMA DE TRANSMISIÓN

La idea mostrada para las restricciones adicionadas a nodos del sistema con generación y demanda puede ser generalizada para un conjunto de nodos con las mismas características. La restricción especializada aplicada a nodos del sistema de manera individual indica la insuficiencia de capacidad de transmisión sobre estos, además indica el número mínimo de adiciones para que se pueda obtener una solución factible del problema. Para áreas del sistema de transmisión ocurren situaciones similares que pueden ser aprovechadas para la aplicación de una

restricción especializada que sea generalizada. En el interior de estas áreas puede ocurrir que la capacidad de transmisión sea suficiente para satisfacer las necesidades de cada nodo, pero puede presentar una insuficiencia de capacidad al conectarse con otras áreas de las cuales necesite enviar o recibir potencia.

Por la razón presentada es entonces posible, mediante una restricción aplicada en los áreas, ayudar el proceso de optimización, pues estas restricciones mostrarán las necesidades de transmisión requeridas por zonas que las restricciones especializadas para nodos no mostraría, eliminando de este modo soluciones infactibles cuando se considera la conexión de zonas con un alto nivel de generación con zonas con un alto nivel de demanda.

La situación presentada es entonces que algunas de las áreas del sistema de transmisión presentan un elevado desbalance entre generación y demanda, y además presentan un bajo nivel de conexión con otras áreas que podrían mejorar la situación de dicha área. Esta situación es ilustrada en la figura 10, en la cual se distinguen grandes centros de generación y grandes centros de demanda interconectados con una capacidad de transmisión limitada, presentando congestionamiento de las líneas y racionamiento en la zona de demanda.

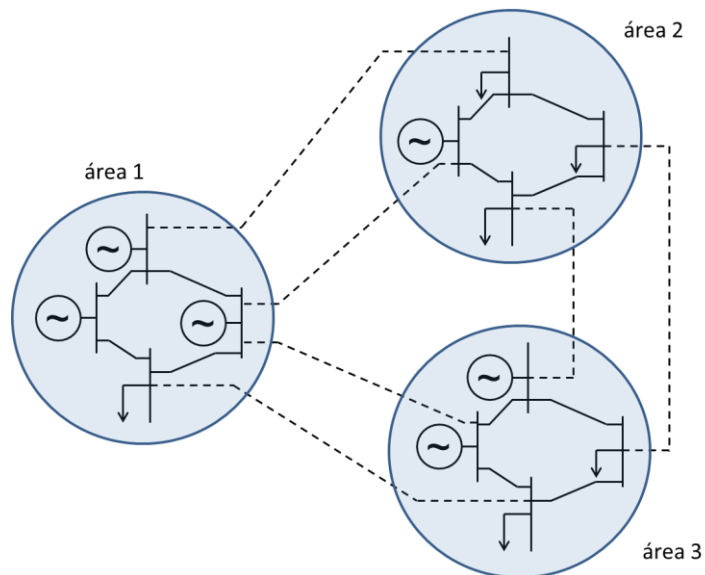


Figura 10: Sistema de transmisión dividido en áreas (áreas)

Se presenta entonces en la figura 10 configuraciones de áreas posibles para este sistema de potencia. El Área 1 es un área que define una área del sistema de potencia que presenta una gran capacidad de generación, el área 2 es una área



que presenta una demanda elevada y cuya generación es insuficiente para satisfacerla, y el área 3 representa un área con una capacidad de generación y demanda equilibrada por lo que funcionaría principalmente como nodo de paso del sistema, es decir, parte de la potencia que va del área 1 al área 2 podría utilizar parcialmente la red de interconexión que une a 1-3 y 3-2, usando el área 3 como puente.

Las restricciones especializadas pueden ser aplicadas a estos 3 tipos de nodos aprovechando el déficit de capacidad de transmisión entre ellos, claramente esto dependerá también de las necesidades de potencia que tendrá el área escogido. De los 3 áreas mostrados, las condiciones deseables para la restricción son el caso del área 1 y 2 donde la capacidad de transmisión es insuficiente y presentan un gran desbalance de potencia, pues en estos casos la restricción especializada realiza un corte más efectivo sobre el espacio de búsqueda, por lo que estas zonas requerirán de un número mayor de adiciones que para el caso del área 3.

La forma generalizada de la restricción se presenta en la ecuación 3.16, en esta se puede observar que ya no se consideran circuitos que tienen conexión con un solo nodo. Para este caso se considera la conexión de líneas pertenecientes al área, además se considera una potencia neta del área conformada por la diferencia entre la potencia de los generadores y la suma de la potencia de la demanda, a este valor neto se le resta la capacidad neta instalada que tiene conexión con el área.

$$\sum_{ij \in \Omega} \overline{f_{ij}} n_{ij} \geq \left| \sum_{k \in \Omega_1} \overline{g_k} - \sum_{k \in \Omega_2} d_k \right| - \sum_{ij \in \Omega_3} \overline{f_{ij}} n_{ij}^0 \quad (3.16)$$

Dónde:

$\Omega$  , Subconjunto de circuitos candidatos que conectan con área.

$\Omega_1$  , Subconjunto de nodos de generación pertenecientes al área.

$\Omega_2$  , Subconjunto de nodos de demanda pertenecientes al área.

$\Omega_3$  , Subconjunto de circuitos existentes que conectan con el área.

$n_{ij}$  , Circuito candidato.

$\overline{g_k}$  , Capacidad máxima de generación en el nodo k.

$d_k$ , Demanda del nodo k.

$n_{ij}^0$ , Circuito existente.

$\overline{f_{ij}}$ , Capacidad máxima de potencia para un circuito.

Para la restricción especializada, que ha sido generalizada en la ecuación 3.16, es posible desarrollarla para obtener las formas dos y tres obtenidas en las secciones 3.2.2 y 3.2.3. Mediante la implementación de los criterios aplicados en ambas secciones se obtienen las ecuaciones 3.17 y 3.18, siendo una la forma dos y la otra la forma tres de la restricción especializada que ha sido generalizada.

$$\sum_{ij \in \Omega} \{b, \overline{f_{ij}}\} n_{ij} \geq b$$

$$b = \left| \sum_{k \in \Omega_1} \overline{g_k} - \sum_{k \in \Omega_2} d_k \right| - \sum_{ij \in \Omega_3} \overline{f_{ij}} n_{ij}^0 \quad (3.17)$$

$$n_{lk} + \sum_{ij \in \Gamma} \left[ \frac{\overline{f_{ij}}}{\overline{f_{lk}}} \right] n_{ij} \geq \left[ \frac{\left| \sum_{k \in \Omega_1} \overline{g_k} - \sum_{k \in \Omega_2} d_k \right| - \sum_{ij \in \Gamma} \overline{f_{ij}} n_{ij}^0}{\overline{f_{lk}}} \right] - n_{lk}^0 \quad (3.18)$$

En la ecuación 3.17 se presenta la segunda forma de la restricción especializada generalizada, en la cual se selecciona el mínimo entre la potencia neta encerrada en el área y la capacidad de cada una de las líneas que tienen conexión con el área. La ecuación 3.18 es la tercera forma de la restricción especializada generalizada, también al igual que para su aplicación en nodos individuales es la más restrictiva de todas, además esta genera un número de restricciones igual al número de corredores que tienen conexión con el área.

Las ecuaciones 3.16, 3.17 y 3.18 corresponden a restricciones especializadas generalizadas para casos de sistemas de transmisión que no tienen redespacho. Para el caso que considera redespacho las restricciones generalizadas son las siguientes:

$$\sum_{ij \in \Omega} \overline{f_{ij}} n_{ij} + \sum_{k \in \Omega_1} g_k \geq \sum_{k \in \Omega_2} d_k - \sum_{ij \in \Omega_3} \overline{f_{ij}} n_{ij}^0 \quad (3.19)$$

$$\begin{aligned} \sum_{ij \in \Omega} \{b, \overline{f_{ij}}\} n_{ij} + \sum_{k \in \Omega_1} \overline{g_k} &\geq b \\ b &= \sum_{k \in \Omega_2} d_k - \sum_{ij \in \Omega_3} \overline{f_{ij}} n_{ij}^0 \end{aligned} \quad (3.20)$$

$$n_{lk} + \sum_{ij \in \Gamma} \left\lceil \frac{\overline{f_{ij}}}{\overline{f_{lk}}} \right\rceil n_{ij} \geq \left\lceil \frac{\sum_{k \in \Omega_2} d_k - \sum_{ij \in \Gamma} \overline{f_{ij}} n_{ij}^0}{\overline{f_{lk}}} \right\rceil - n_{lk}^0 \quad (3.21)$$

La ecuación 3.19 corresponde a la primera forma de la restricción especializada generalizada para sistemas con redespacho, la ecuación 3.20 corresponde a la segunda forma y la ecuación 3.21 corresponde a la tercera forma de la restricción. La tercera forma al igual que en el caso de aplicación a un único nodo, debe ser un nodo de únicamente demanda, pues de otro modo no es posible obtener esta restricción.

Se han definido entonces las restricciones especializadas para áreas de diferentes categorías, y para sistemas con y sin redespacho. La escogencia de los nodos que conformaran cada uno de los áreas debe ser de tal manera que permita aprovechar de la mejor manera la restricción especializada, seleccionando zonas con un gran desbalance de potencia donde sea necesario adicionar red de transmisión nueva que permita aminorar este desbalance.

En (Sousa & Asada, 2012) se propone una forma de seleccionar cada uno de los nodos de las áreas implementando una heurística, esto debido a que la aplicación de las ecuaciones generadas por áreas resulta en un problema de tipo combinatorio. La heurística propuesta usa las ramificaciones producidas por el Branch and Bound para seleccionar el nodo y varios nodos que presentan conexión con este, sin embargo esta heurística es altamente dependiente de la técnica de solución.

En (Haffner S. , Monticelli, Garcia, & Romero, 2001) se plantea otro modo de seleccionar los áreas, una forma consiste en seleccionar un nodo y a este seleccionarle un vecino, generando un área que consta de 2 nodos. La segunda forma consiste en seleccionar un nodo y todos sus vecinos produciendo un área de tamaño definido por el número de vecinos.

La metodología planteada para la selección de las áreas presenta ventajas sobre las dos metodologías anteriores. La primera ventaja es que esta metodología no es dependiente del método de solución usado, por lo que puede ser implementado en cualquier caso. La segunda ventaja es que las formas presentadas no garantizan el desbalance de potencia necesario para el aprovechamiento de la restricción, pues al seleccionar los vecinos de un nodo únicamente se podría seleccionar un área del sistema de transmisión con capacidad de transmisión suficiente para satisfacer las necesidades de la misma. En este caso la metodología busca construir áreas de transmisión que presenten déficit de capacidad para suplir sus propias necesidades de potencia. La metodología planteada es presentada en la figura 12.

Siguiendo el orden de la metodología propuesta se analizaran aspectos de la misma que no son posibles visualizarlos en el diagrama. En el inicio del diagrama se seleccionan como nodo inicial del área a construir aquel nodo que presente el mayor valor  $\left| \bar{g}_k - d_k \right| > P_{\min}$ , donde  $P_{\min}$  es un valor dado por el usuario para garantizar que se seleccionan únicamente nodos de generación y/o demanda. En el siguiente paso se pregunta si se han evaluado todos los nodos del sistema, esto con el fin de explorar todos los nodos del sistema y obtener la mayor cantidad posible de áreas con elevado nivel de potencia neta encerrada.

El siguiente paso del algoritmo determina si existen áreas que presenten potencia retenida por el déficit de capacidad de transmisión existente con el resto del sistema. El proceso de determinación de las áreas comienza con el nodo seleccionado y la exploración de los nodos vecinos. Si el nodo seleccionado tiene red existente que lo conecta con otros nodos, estos serán sus vecinos y no se podrá seleccionar como vecino aquel que tenga circuitos candidatos que conecten con él. Si el nodo seleccionado está aislado del sistema, sus vecinos serán aquellos nodos que tienen circuitos propuestos que conectan con él y que son aislados también. Para ilustrar las vecindades descritas se emplea la figura 11.

En la figura 11 se presentan dos pequeñas secciones de una red de transmisión. En la figura 11a se presenta la estructura de vecindad para nodos conexos del sistema de transmisión, se puede observar que los nodos vecinos son mostrados

usando una línea punteada roja, la vecindad para el nodo es aquel con el que tenga una conexión física. En la figura 11b se ilustra la vecindad para nodos desconectados del sistema, al igual que el caso anterior los nodos vecinos son presentados con una línea punteada roja, cumpliendo con la característica descrita de que los nodos vecinos deben ser desconectados del sistema también.

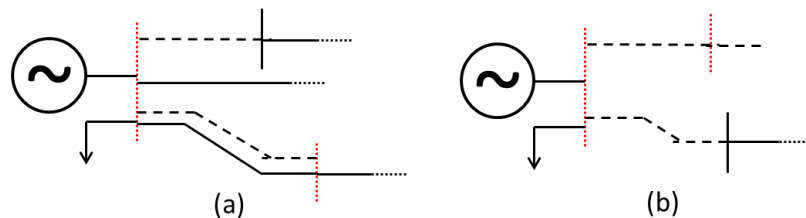


Figura 11: Ejemplo de estructura de vecindad

Al igual que el problema de optimización del planeamiento, la selección de las áreas de potencia atrapada es un problema combinatorial que debe ser resuelto. El objetivo de realizar esta búsqueda en vecindad es para crear un mecanismo que permita salir de un óptimo local en el proceso de búsqueda de estas áreas.

Ya definida la vecindad entre nodos conexos o no conexos mediante red de transmisión existente, el método de búsqueda de vecindad explorará entre todos los vecinos de cada uno de los nodos seleccionados y hará crecer el área escogiendo los nodos vecinos que aumenten en mayor medida la incapacidad de transmisión, estos nodos vecinos a diferencia del nodo inicial pueden ser nodos de paso, generación o demanda, pero siempre garantizando que se aumente mediante este o un nodo vecino el aumento del déficit. Por esto son definidos entonces dos objetivos para la formación del área, el primera el obtener la mayor potencia atrapada en el área y el segundo es crear un área con el menor número de nodos posibles.

El proceso descrito puede realizarse considerando el número de nodos vecinos que el nodo inicial posea, por lo que puede ser posible la obtención de múltiples áreas alrededor del nodo inicial. Durante el proceso de búsqueda de vecindad debe ser definido un número máximo de exploraciones que no presenten buenos resultados para parar el proceso de búsqueda del área. Este valor es definido por el usuario con el fin de evitar la exploración de vecindades muy grandes que produzcan una explosión combinatorial.

Después de obtenida el área o las áreas resultantes, estas son sometidas a una etapa de mejoramiento. En esta se realiza un barrido desde el último nodo escogido del área hasta el primero, eliminando de uno en uno buscando aumentar la potencia neta encerrada en dicha área. Si durante el proceso de búsqueda no es posible encontrar un área el proceso es reiniciado y los nodos explorados serán eliminados de la lista de nodos candidatos para generar un área.

Con el área o áreas mejoradas se salta al siguiente paso. Si sólo resulta un área que contenga el nodo inicial esta área es definida para construir la restricción en base al área, sin embargo si resulta más de un área que contenga el nodo inicial seleccionado, se selecciona como área a aquella que presente un mayor atrapamiento de potencia neta.

Una vez seleccionada el área se realiza el proceso de construcción de cualquiera de las restricciones propuestas en 3.19, 3.20 o 3.21 con los datos obtenidos del área, una vez construida la restricción esta es adicionada a cualquiera de los modelos utilizados para el problema de planeamiento. El paso siguiente a este consiste en eliminar de la lista de nodos candidatos a ser seleccionados para la construcción de una nueva área los nodos que hicieron parte del área anterior. En este orden se continúa seleccionado el siguiente nodo con el mayor atrapamiento de potencia. Este proceso se realiza iterativamente hasta que se agoten los nodos de la lista.

Una vez finalizada la lista de nodos candidatos el modelo matemático contendrá ya todas las restricciones correspondientes a las áreas seleccionadas. En el siguiente paso se adicionarán las restricciones correspondientes a los nodos de manera individual, estas será aplicada únicamente a aquellos nodos de demanda o generación que presenten incapacidad de transmisión para evacuar o atender su potencia. Finalmente con todas las restricciones adicionadas al modelo, este es llevado a la técnica de solución para encontrarle solución.

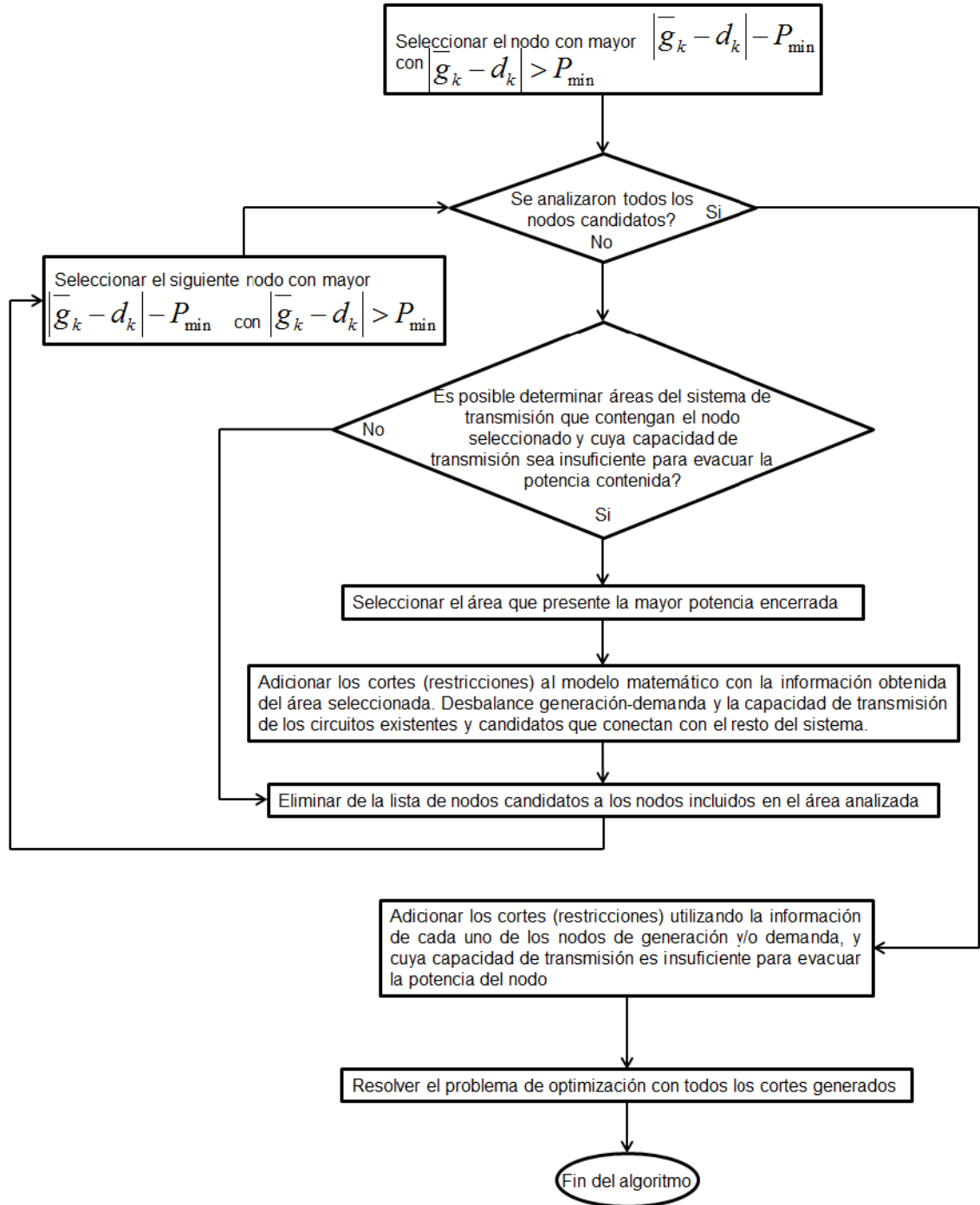


Figura 12: Diagrama para la metodología de selección de áreas de transmisión para adicionar cortes al modelo matemático.

## **CAPÍTULO 4**

### **PRUEBAS Y RESULTADOS**

En este capítulo se muestran los resultados de las pruebas realizadas en la aplicación de restricciones especializadas presentadas en el capítulo 3 a los modelos matemáticos usados para plantear el problema del planeamiento de la expansión de redes de transmisión.

En primera instancia se hace una breve presentación de los sistemas de prueba utilizados y sus correspondientes soluciones de referencia, obtenidas de la literatura especializada. Estas soluciones de referencia se utilizan para medir el desempeño de las metodologías propuestas en la aplicación de restricciones especializadas, comparando tiempos de cómputo y número de nodos evaluados en la técnica Branch and Cut para encontrar la solución óptima.

Luego se presentan los resultados obtenidos en la aplicación de las restricciones especializadas en nodos, utilizando las tres formas de cada una de las restricciones. Estas formas serán evaluadas de manera global adicionando las restricciones a todos los nodos del sistema de prueba que lo permitan y además se realiza un análisis de sensibilidad para ver el impacto causado por cada una de las restricciones adicionadas al modelo matemático.

Después de evaluada la efectividad de las restricciones aplicadas a nodos individuales se implementa la metodología para determinar áreas del sistema de potencia con incapacidad de transmisión para evacuar el desbalance de potencia de dichas áreas, y sobre las cuales se puede construir restricciones especializadas.

Finalmente se prueba el efecto de aplicar las restricciones especializadas a los nodos y áreas del sistema de potencia de manera conjunta. La calidad de los cortes producidos por las restricciones especializadas será evaluada mediante la disminución del tiempo de cómputo, número de nodos evaluados por el B & C e iteraciones simplex.

Las soluciones de los modelos matemáticos planteados, en todas las pruebas mencionadas, fueron obtenidas usando el lenguaje de modelamiento matemático



AMPL en conjunto con los *solvers* CPLEX (para modelos lineales) y KNITRO (para modelos no lineales). Los sistemas de prueba utilizados fueron el sistema Garver y el sistema Sur Brasileiro, ambos sin redespacho.

Durante la presentación de los resultados obtenidos se verá una variación de la potencia base usada en cada uno de los modelos matemáticos, esto debido a que se seleccionó una potencia base que disminuyera en mayor medida el tiempo de ejecución de la técnica de solución, este hecho será presentado en las observaciones al final de este capítulo.

## 4.1 SISTEMAS DE PRUEBA Y SOLUCIONES DE REFERENCIA

### 4.1.1 SISTEMA DE PRUEBA GARVER

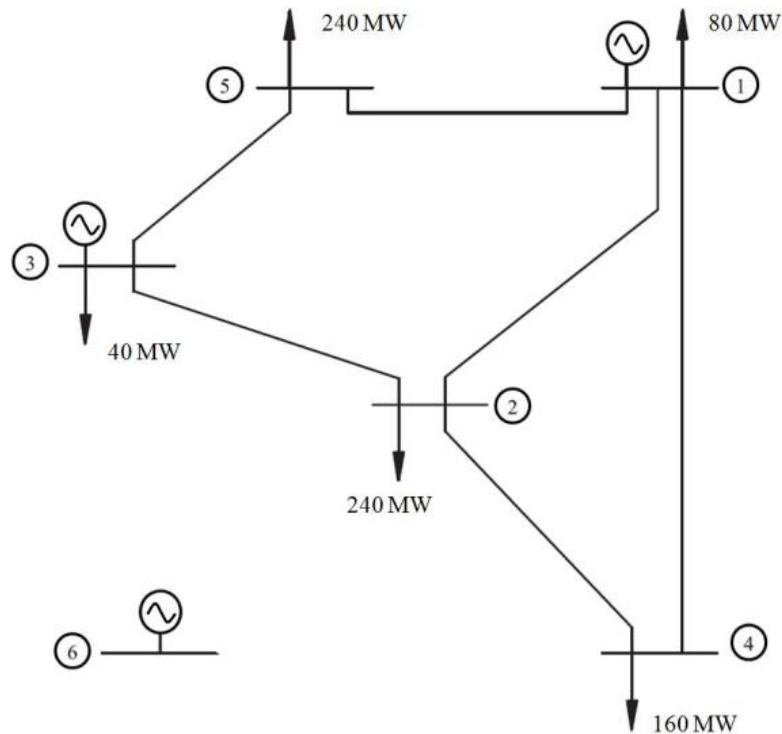


Figura 13: Sistema Garver

El sistema de prueba de Garver cuenta con 6 nodos y 15 corredores de transmisión candidatos. Una de sus particularidades es que considera todas las conexiones posibles entre sus 6 nodos (incluyendo red base y corredores

candidatos). Existen dos versiones de este sistema de prueba, una en la que la capacidad de generación es exactamente igual a la demanda, es decir, una versión sin redespacho y otra versión en la que la capacidad de generación está por encima de la demanda de potencia activa, es decir, una versión con redespacho.

Debido a que el objetivo de este trabajo es analizar los cortes evaluados y no las adiciones realizadas, fue necesario utilizar los resultados obtenidos de la solución de los modelos matemáticos utilizando el lenguaje de modelamiento AMPL. Las soluciones de referencia obtenidas fueron las siguientes:

	Modelo matemático planteado			
	Modelo DC	Modelo Lineal Disyuntivo	Modelo Híbrido lineal	Modelo de transportes
Número de nodos evaluados por el B & C	16	1	0	0
Número de iteraciones simplex	----	259	39	21
Tiempo de computo (s)	0,224	0,219	0,275	0,265
Costo [ $10^3$ US \$]	200	200	200	200

Tabla 1: Soluciones de referencia para el sistema Garver sin redespacho utilizando una potencia base de 1 MW.

Los datos de generación y demanda de potencia activa para el sistema Garver sin redespacho, así como las características de los corredores de transmisión se encuentran en el apéndice A.

#### 4.1.2 SISTEMA DE PRUEBA SUR BRASILEIRO

El sistema Sur Brasileiro está formado por 46 nodos y 79 líneas candidatas. Es uno de los sistemas de prueba más utilizados por ser un sistema de tamaño mediano y complejidad media. Al igual que el sistema Garver, el sistema prueba Sur Brasileiro se presenta en una versión sin redespacho, en el cual también fue necesario utilizar los resultados obtenidos con el uso del lenguaje de modelamiento AMPL y los *solvers*.

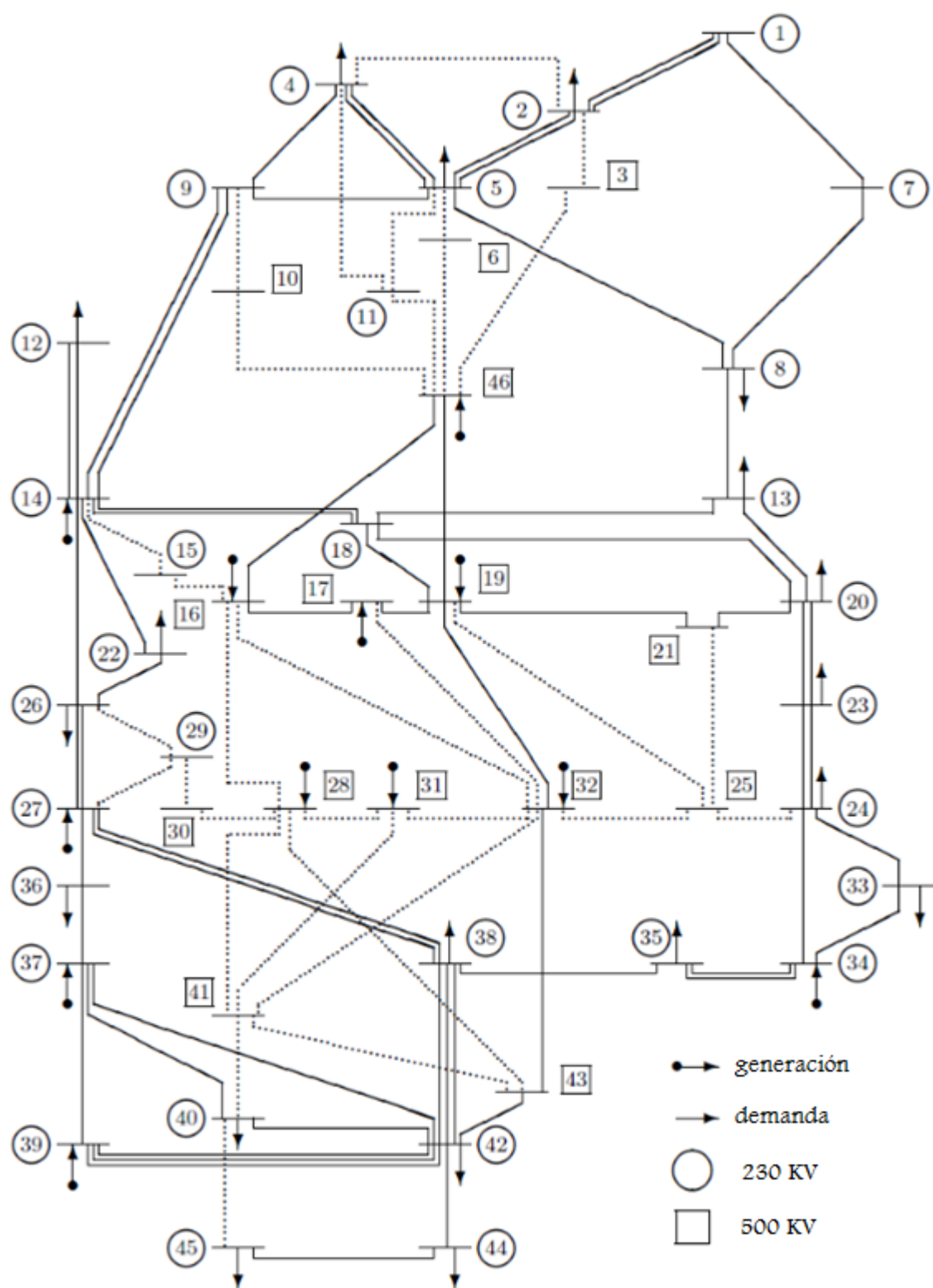


Figura 14: Sistema Sur Brasileiro

Las soluciones de referencia obtenidas fueron las siguientes:

	Modelo matemático planteado			
	Modelo DC ( $S_{BASE}=300\text{MW}$ )	Modelo Lineal Disyuntivo ( $S_{BASE}=200\text{MW}$ )	Modelo Híbrido lineal ( $S_{BASE}=200\text{MW}$ )	Modelo de transportes ( $S_{BASE}=5\text{MW}$ )
Número de nodos evaluados por el B & C	1430	4584	910	385
Número de iteraciones simplex	----	226561	9185	1847
Tiempo de computo (s)	101,15	95,729	0,829	0,349
Costo [ $10^6$ US \$]	154420	154420	141350	127272

Tabla 2: Soluciones de referencia para el sistema Sur Brasileiro sin redespacho.

Los datos de generación y demanda de potencia activa para el sistema Sur Brasileiro sin redespacho, así como las características de los corredores de transmisión se encuentran en el apéndice A.

Si se desea conocer los valores de referencia correspondientes a las adiciones necesarias para los sistemas de prueba Garver y Sur Brasileiro, estas pueden ser obtenidas en (Haffner S. , 2000)<sup>66</sup>

## 4.2 RESULTADOS OBTENIDOS EN LA APLICACIÓN DE LA RESTRICCIÓN ESPECIALIZADA SOBRE NODOS DEL SISTEMA

En esta parte de la investigación se presentan los resultados obtenidos de la aplicación de las restricciones especializadas presentadas en las secciones 3.2.1, 3.2.2 y 3.2.3. Estas restricciones fueron aplicadas a aquellos nodos del sistema de potencia que presentaran un atrapamiento de potencia debido a la carencia de circuitos que lo conectaran con el resto del sistema, es decir se buscaron nodos con la siguiente característica  $\left| \overline{g}_k - d_k \right| - \sum_{ij \in \Omega_1} \overline{f}_{ij} n_{ij}^0 > 0$ , esto con el fin de realizar un

corte sobre el espacio de solución. Para mostrar el efecto de las restricciones especializadas aplicadas a los nodos cuando se involucran en los modelos matemáticos clásicos para los sistemas de prueba Garver (6 nodos y 15 líneas candidatas) y Sur Brasileiro (46 nodos y 79 líneas candidatas).

<sup>66</sup> Haffner, S. (2000). *O planejamento da expansão dos sistemas elétricos no contexto de um ambiente competitivo*. UNICAMP, tesis doctoral.

A continuación se presentan los resultados para cada una de las restricciones especializadas implementadas sobre cada uno de los sistemas de prueba. La presentación permite realizar una comparación en varios aspectos que permite evaluar la mejoría obtenida por agregar el corte. Por cada uno de los casos se presentan dos gráficos correspondientes al número de nodos evaluados por el B & C y el número de iteraciones simplex (excepto para el modelo DC pues el *solver* utiliza una técnica de punto interior), pues la evaluación de mejora para la técnica B & C utilizada por los *solvers* en esta investigación no está completamente establecida en la literatura especializada, por lo que una evaluación más correcta es realizada considerando ambos aspectos.

#### 4.2.1 RESULTADOS OBTENIDOS PARA EL SISTEMA DE PRUEBA GARVER

Con el objetivo de aplicar las restricciones a nodos que por sus características permitan realizar un corte dentro del espacio de solución, se debe buscar, cómo se mencionó anteriormente para el sistema Garver, aquellos nodos que tengan  $\left| \bar{g}_k - d_k \right| - \sum_{ij \in \Omega_1} \bar{f}_{ij} n_{ij}^0 > 0$ , pues de este modo la restricción especializada cumplirá su

función de disminuir el espacio de solución y no generar restricciones que no serían útiles en el objetivo de la investigación.

En la tabla 3 se presenta la potencia neta atrapada en cada nodo y se selecciona aquellos cuya potencia neta sea positiva.

nodo	$\left  \bar{g}_k - d_k \right  - \sum_{ij \in \Omega_1} \bar{f}_{ij} n_{ij}^0$
1	-250
2	-60
3	-75
4	-20
5	40
6	545

Tabla 3: Potencia neta atrapada en cada uno de los nodos del sistema de prueba Garver

En la tabla 3 los nodos sombreados de color verde permiten construir restricciones especializadas que generen un corte en el espacio de solución, utilizando los datos de los mismos.

Por la razón presentada en los resultados obtenidos se presentará el efecto conjunto de adicionar cada uno de los tres tipos de restricciones presentadas en el capítulo anterior a los nodos 5 y 6 del sistema Garver, así como evaluar el efecto individual de cada restricción para obtener un indicador de que tan sensible es el modelo con respecto a cada una de las restricciones para cada nodo.

Las restricciones resultantes para estos 2 nodos son las siguientes:

Restricción especializada estándar para el nodo 5:

$$100n_{1-5} + 100n_{2-5} + 100n_{3-5} + 75n_{4-5} + 78n_{5-6} \geq 40 \quad (4.1)$$

Restricción especializada estándar para el nodo 6:

$$70n_{1-6} + 100n_{2-6} + 100n_{3-6} + 100n_{4-6} + 78n_{5-6} \geq 545 \quad (4.2)$$

Restricción especializada que selecciona el mínimo entre la capacidad de la línea y la potencia neta encerrada para el nodo 5:

$$40n_{1-5} + 40n_{2-5} + 40n_{3-5} + 40n_{4-5} + 40n_{5-6} \geq 40 \quad (4.3)$$

La restricción especializada que selecciona el mínimo entre la capacidad de la línea y la potencia neta encerrada para el nodo 6 es igual a la forma estándar de la ecuación 4.2.

Restricciones especializadas que utilizan la función techo para el nodo 5:

$$n_{1-5} + n_{2-5} + n_{3-5} + n_{4-5} + n_{5-6} \geq 1 \quad (4.4.1)$$

$$n_{1-5} + n_{2-5} + n_{3-5} + n_{4-5} + n_{5-6} \geq 1 \quad (4.4.2)$$

$$n_{1-5} + n_{2-5} + n_{3-5} + n_{4-5} + n_{5-6} \geq 1 \quad (4.4.3)$$

$$2n_{1-5} + 2n_{2-5} + 2n_{3-5} + n_{4-5} + 2n_{5-6} \geq 1 \quad (4.4.4)$$

$$2n_{1-5} + 2n_{2-5} + 2n_{3-5} + n_{4-5} + n_{5-6} \geq 1 \quad (4.4.5)$$

Restricciones especializadas que utilizan la función techo para el nodo 6:

$$n_{1-6} + 2n_{2-6} + 2n_{3-6} + 2n_{4-6} + 2n_{5-6} \geq 8 \quad (4.5.1)$$

$$n_{1-6} + n_{2-6} + n_{3-6} + n_{4-6} + n_{5-6} \geq 6 \quad (4.5.2)$$

$$n_{1-6} + n_{2-6} + n_{3-6} + n_{4-6} + n_{5-6} \geq 6 \quad (4.5.3)$$

$$n_{1-6} + n_{2-6} + n_{3-6} + n_{4-6} + n_{5-6} \geq 6 \quad (4.5.4)$$

$$n_{1-6} + 2n_{2-6} + 2n_{3-6} + 2n_{4-6} + n_{5-6} \geq 7 \quad (4.5.5)$$

Las ecuaciones presentadas corresponden a las restricciones especializadas que son incluidas en el modelo matemático. Se puede notar que cuando se realizan las restricciones para los nodos 5 y 6 que limitan el número de adiciones a valores enteros, se generan restricciones redundantes, por lo que se evalúa cuando son o no incluidas estas restricciones.

Para adicionar las restricciones al modelo lineal disyuntivo sólo es necesario realizar la consideración de que  $n_{ij} = \sum_{k=1}^{n_{\max}} y_{ijk}$

#### 4.2.1.1 MODELO DE TRANSPORTES

##### 4.2.1.1.1 Restricción especializada estándar

Para este primer caso se adicionaron las restricciones correspondientes a las ecuaciones 4.1 y 4.2. Se puede observar en la tabla 4 que fue posible reducir el número de iteraciones simplex mediante la adición de las restricciones especializadas, siendo el mejor caso una mejora del 19.05%. Debido a que la técnica de solución empleada por el *solver* no necesitó realizar ramificaciones no se consideró una mejora en el número de nodos evaluados por el B & C indicados con el N/A (no aplica). Se puede observar en la figura 15 que los mejores cortes del espacio solución fueron generados al adicionar la restricción especializada sobre el nodo 6.

Usando el <i>solver</i> CPLEX que utiliza una técnica de B & B para el modelo de transportes (Sbase=1MW)	Usando la forma estándar					
Configuración de la restricción	Nodos evaluados por el B & C	Mejora en cantidad de nodos B & C evaluados (%)	MIP iteraciones simplex	Disminución en cantidad de iteraciones simplex (%)	Tiempo (s)	Costo de inversión [10 <sup>3</sup> US \$]
1. Agregando restricción a todos los nodos que lo necesiten	0	N/A	17	19,05	0,234	200
2. Agregando restricción al nodo 5	0	N/A	19	9,52	0,187	200
3. Agregando restricción al nodo 6	0	N/A	17	19,05	0,187	200

Tabla 4: Desempeño de la restricción especializada en la forma estándar aplicada al sistema Garver modelado mediante el modelo de transportes.

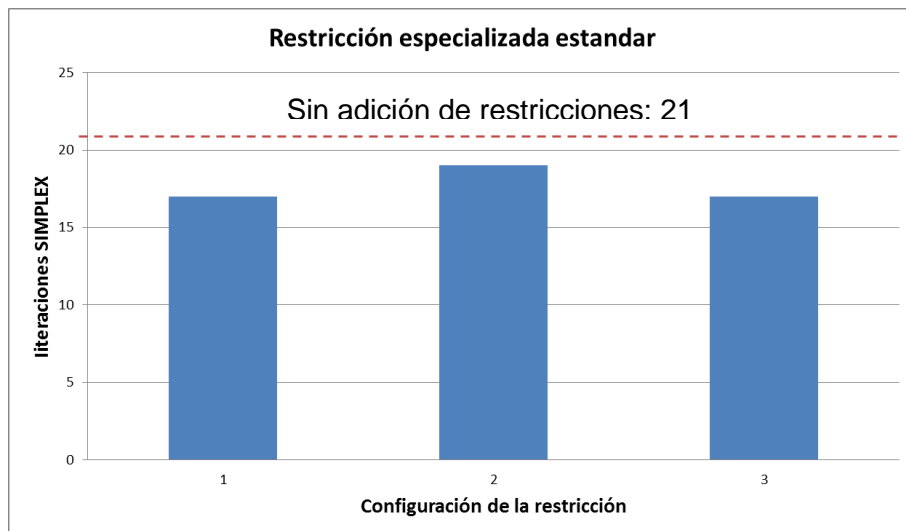


Figura 15: Número de iteraciones simplex por configuración para la forma estándar aplicada al sistema Garver modelado mediante el modelo de transportes.



#### 4.2.1.1.2 Restricción especializada que selecciona el mínimo entre la capacidad de la línea y la potencia neta encerrada

Usando el <i>solver</i> CPLEX que utiliza una técnica de B & B para el modelo de transportes (Sbase=1MW)	Restricción especializada que selecciona el mínimo entre la capacidad de la línea y la potencia neta encerrada (forma 1)					
Configuración de la restricción	Nodos evaluados por el B & C	Mejora en cantidad de nodos B & C evaluados (%)	MIP iteraciones simplex	Mejora en cantidad de iteraciones simplex (%)	Tiempo (s)	Costo de inversión [10 <sup>3</sup> US \$]
1. Agregando restricción a todos los nodos que lo necesiten	0	N/A	12	42,86	0,248	200
2. agregando restricción al nodo 5	0	N/A	10	52,38	0,202	200
3. agregando restricción al nodo 6	0	N/A	15	28,57	0,189	200

Tabla 5: Desempeño de la restricción especializada en la forma 1 aplicada al sistema Garver modelado mediante el modelo de transportes.

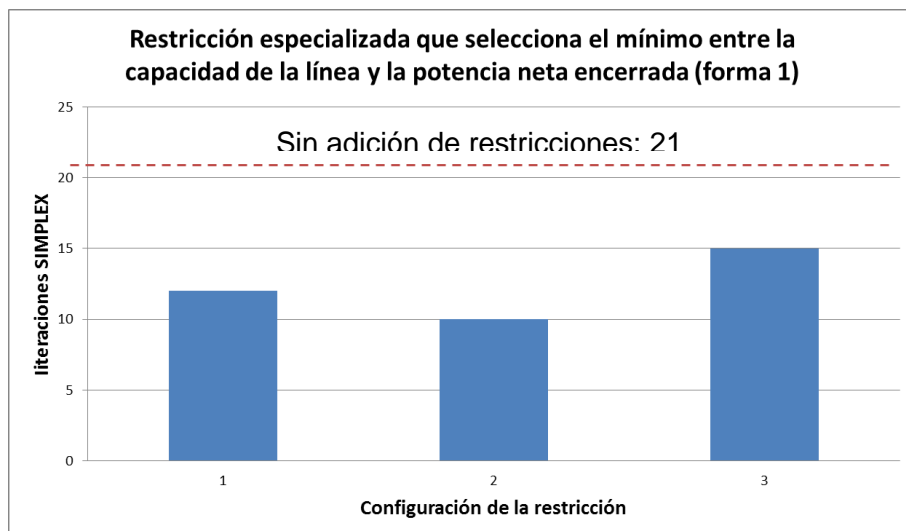


Figura 16: Número de iteraciones simplex por configuración para la forma 1 aplicada al sistema Garver modelado mediante el modelo de transportes.

En este caso se adicionaron al modelo matemático las restricciones correspondientes a las ecuaciones 4.2 y 4.3. Se puede observar en la tabla 5 y la figura 16 que las nuevas adiciones al modelo matemático en todos los casos presentan una mejora en el número de iteraciones simplex, al igual que el caso anterior el número de nodos evaluados por el B & C fue cero. La restricción aplicada en esta forma fue mejor que la presentada anteriormente, pues se puede observar que se necesitaron de menos iteraciones para encontrar la solución óptima, además la mayor mejora corresponde al 52.38% superando la mejora anteriormente obtenida.

#### 4.2.1.1.3 Restricciones especializadas que utilizan la función techo

Usando el <i>solver</i> CPLEX usando una técnica de B & B para el modelo de transportes (Sbase=1MW)						
Restricción especializada que utiliza la función techo (forma 2)						
Configuración de la restricción	Nodos evaluados por el B & C	Mejora en cantidad de nodos B & C evaluados (%)	MIP iteraciones simplex	Mejora en cantidad de iteraciones simplex (%)	Tiempo (s)	Costo de inversión [10 <sup>3</sup> US \$]
1. Agregando restricción a todos los nodos que lo necesiten	0	N/A	12	42,86	0,187	200
2. agregando restricción al nodo 5	0	N/A	10	52,38	0,187	200
3. agregando restricción al nodo 6	0	N/A	14	33,33	0,202	200

Tabla 6: Desempeño de la restricción especializada en la forma 2 para el modelo de transportes con el sistema Garver.

En la tabla 6 se presentan los resultados al agregar las restricciones especializadas de las ecuaciones 4.4 y 4.5. Se puede observar en esta tabla que difiere de la anterior solo en la mejora correspondiente a la aplicación de la restricción en el nodo 6, pues logro disminuir un poco más el número de iteraciones simplex. La mayor mejoría para este caso es igual a la anterior por lo que esta forma no mejoro en gran medida con respecto a la anterior. Los resultados obtenidos al evaluar este tipo de restricción al eliminar las restricciones redundantes fueron los mismos. En la figura 17 se puede visualizar el efecto de este tipo de restricción.

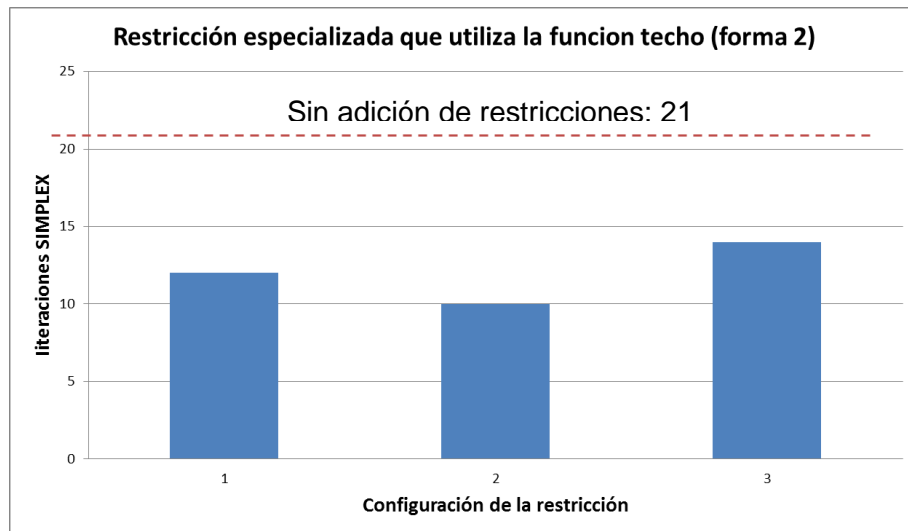


Figura 17: Número de iteraciones simplex por configuración para la forma 2 con el modelo de transportes y el sistema Garver.

#### 4.2.1.2 MODELO HÍBRIDO LINEAL

##### 4.2.1.2.1 Restricción especializada estándar

Al igual que para el modelo anterior, la técnica de solución empleada por el *solver* no requirió de ramificación para encontrar la solución óptima del problema, por esta razón no se considera como un indicador para observar la efectividad del corte. La adición de la restricción especializada en esta forma logro mejorar en todos los casos la solución de referencia obtenida anteriormente, esto se visualiza en la tabla 7 y la figura 18. Para este caso se logra obtener una mejora máxima del 30.77%.

Usando el solver CPLEX usando una técnica de B & C para el modelo híbrido lineal (Sbase=1MW)	Usando la forma estándar					
configuración de la restricción	Nodos evaluados por el B & C	Mejora en cantidad de nodos B & C evaluados (%)	MIP iteraciones simplex	Mejora en cantidad de iteraciones simplex (%)	Tiempo (s)	Costo de inversión [10 <sup>3</sup> US \$]
1. Agregando restricción a todos los nodos que lo necesiten	0	N/A	36	7,69	0,202	200
2. Agregando restricción al nodo 5	0	N/A	31	20,51	0,191	200
3. Agregando restricción al nodo 6	0	N/A	27	30,77	0,204	200

Tabla 7: Desempeño de la restricción especializada en la forma estándar para el modelo híbrido lineal con el sistema Garver.

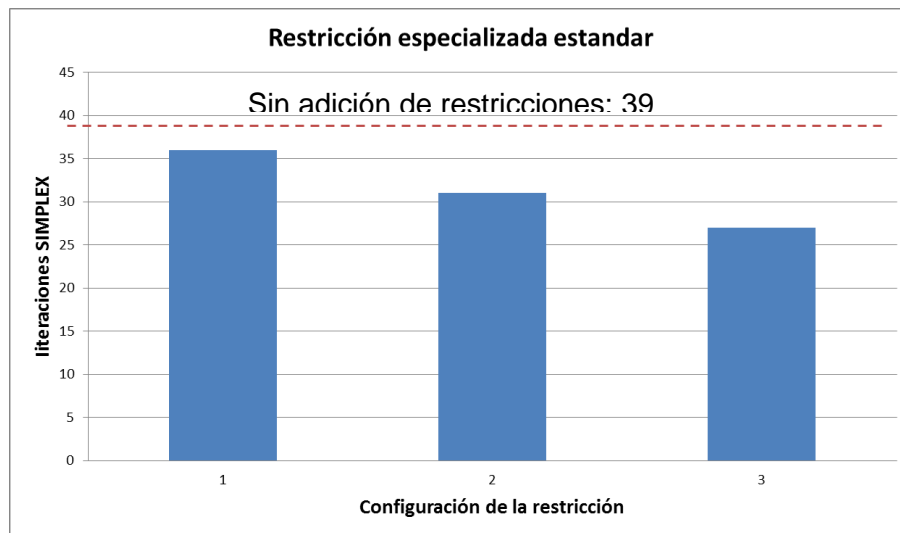


Figura 18: Número de iteraciones simplex por configuración para la forma estándar con el modelo híbrido lineal y el sistema Garver.

#### 4.2.1.2.2 Restricción especializada que selecciona el mínimo entre la capacidad de la línea y la potencia neta encerrada

Para este caso de la restricción se obtuvieron los mismos resultados obtenidos para la forma anterior. Esto indica que esta forma de la restricción es equivalente a la anterior para este modelo y este sistema de prueba, por lo que se produce el mismo corte sobre el espacio de solución visto por la técnica de solución empleada por el *solver*.

#### 4.2.1.2.3 Restricciones especializadas que utilizan la función techo

Usando el <i>solver</i> CPLEX para el modelo híbrido lineal (Sbase=1MW)	Restricción especializada que utiliza la función techo (forma 2)					
Configuración de la restricción	Nodos evaluados por el B & C	Mejora en cantidad de nodos B & C evaluados (%)	MIP iteraciones simplex	Mejora en cantidad de iteraciones simplex (%)	Tiempo (s)	Costo de inversión [10 <sup>3</sup> US \$]
1. Agregando restricción a todos los nodos que lo necesiten	0	N/A	28	28,21	0,188	200
2. agregando restricción al nodo 5	0	N/A	31	20,51	0,197	200
3. Agregando restricción al nodo 6	0	N/A	25	35,90	0,2	200

Tabla 8: Desempeño de la restricción especializada en la forma 2 para el modelo híbrido lineal con el sistema Garver.

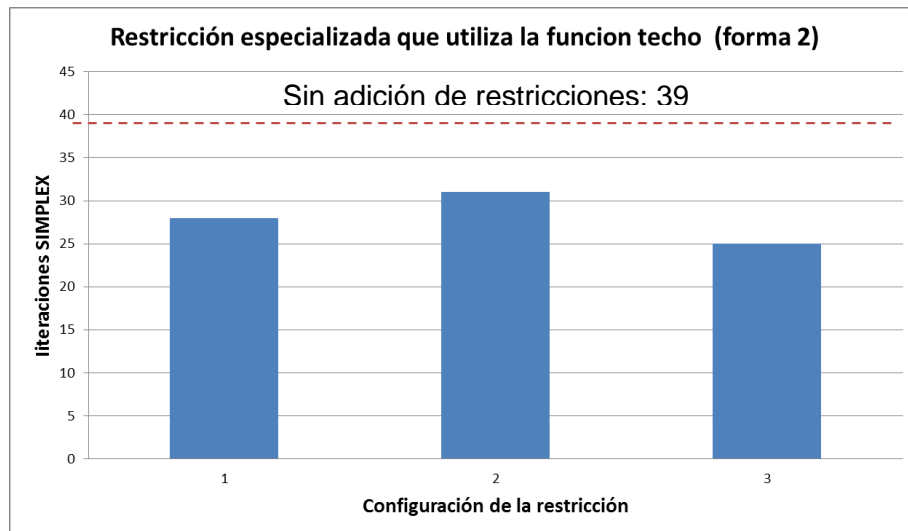


Figura 19: Número de iteraciones simplex por configuración para la forma 2 con el modelo híbrido lineal y el sistema Garver.

Para este caso se aplicó la forma 2 de la restricción especializada al modelo híbrido lineal, obteniendo de este modo una mejora con respecto a la solución de referencia, estas mejoras se pueden observar en la tabla 8 y la figura 19. Se observa además que la mayor mejora obtenida para este caso en el número de iteraciones simplex es del 35.9% superando la obtenida para los casos anteriores. Al evaluar esta forma eliminando las restricciones redundantes no se obtuvo ninguna mejora, obteniendo los mismos resultados de la tabla 8.

#### 4.2.1.3 MODELO LINEAL DISYUNTIVO

##### 4.2.1.3.1 Restricción especializada estándar

Para este modelo el *solver* requirió realizar ramificaciones para alcanzar la solución óptima del problema por lo que esta medida es incluida. Para este caso se puede observar en la tabla 9 que la restricción logro disminuir la cantidad de nodos en un 100% para 2 de las 3 configuraciones. Además se logró una disminución máxima del 29.73% en el número de iteraciones simplex. Para el caso del nodo 6 se logró disminuir el número de iteraciones simplex pero aumento el número de nodos evaluados por el B & C. Los resultados obtenidos se pueden visualizar en las figuras 20 y 21.

Usando el <i>solver</i> CPLEX para el modelo lineal disyuntivo (Sbase=1MW)	Usando la forma estándar					
Configuración de la restricción	Nodos evaluados por el B & C	Mejora en cantidad de nodos B & C evaluados (%)	MIP iteraciones simplex	Mejora en cantidad de iteraciones simplex (%)	Tiempo (s)	Costo de inversión [10 <sup>3</sup> US \$]
1. Agregando restricción a todos los nodos que lo necesiten	0	100	182	29,73	0,202	200
2. Agregando restricción al nodo 5	0	100	205	20,85	0,202	200
3. Agregando restricción al nodo 6	3	-200	235	9,27	0,234	200

Tabla 9: Desempeño de la restricción especializada en la forma estándar para el modelo lineal disyuntivo con el sistema Garver.

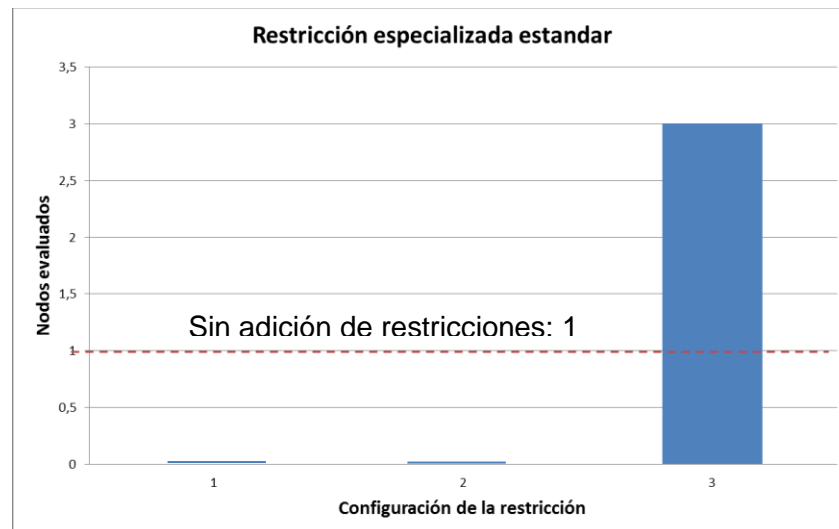


Figura 20: Número de nodos evaluados por el B & C por configuración para la forma estándar con el modelo lineal disyuntivo y el sistema Garver.

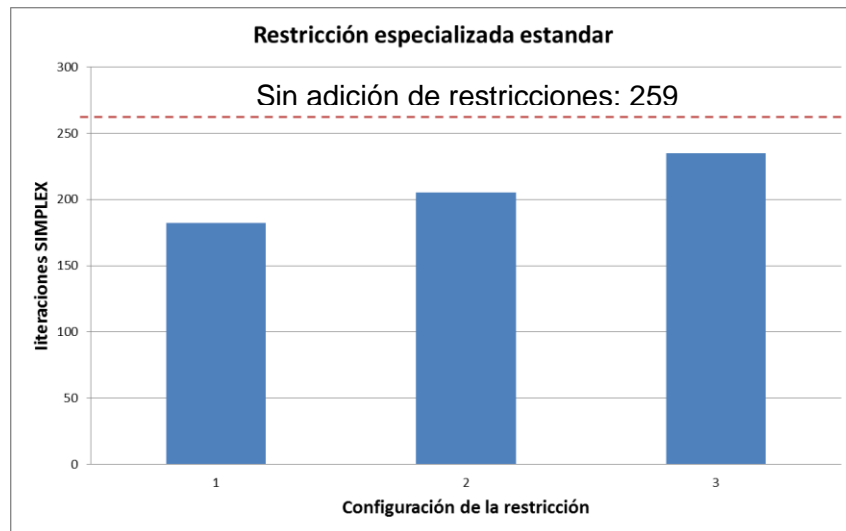


Figura 21: Número de iteraciones simplex por configuración para la forma estándar con el modelo lineal disyuntivo y el sistema Garver.

#### 4.2.1.3.2 Restricción especializada que selecciona el mínimo entre la capacidad de la línea y la potencia neta encerrada

Los resultados obtenidos por la adición de esta forma de la restricción especializada al modelo lineal disyuntivo fueron iguales al caso anterior. Para este modelo es equivalente esta forma y la anterior, en cuanto al corte producido en el espacio solución.

#### 4.3.1.3.3 Restricciones especializadas que utilizan la función techo

Para este caso se logró obtener una mejora máxima del 42.08% en el número de iteraciones simplex con un 100% de disminución en el número de nodos evaluados por el B & C. Este valor de reducción fue obtenido mediante la adición de la restricción especializada al nodo 6. En general se logró disminuir el número de nodos evaluados por el B & C y las iteraciones simplex utilizadas por el *solver*. Estos datos se pueden observar a través de la figura 22 y la tabla 10. Las pruebas realizadas cuando se eliminaron las restricciones redundantes dieron los mismos resultados que si se incluyeran estas restricciones (forma 2).



Usando el <i>solver</i> CPLEX para el modelo lineal disyuntivo (Sbase=1MW)	Restricción especializada que utiliza la función techo (forma 2)					
Configuración de la restricción	Nodos evaluados por el B & C	Mejora en cantidad de nodos B & C evaluados (%)	MIP iteraciones simplex	Mejora en cantidad de iteraciones simplex (%)	Tiempo (s)	Costo de inversión [10 <sup>3</sup> US \$]
1. Agregando restricción a todos los nodos que lo necesiten	0	100	171	33,98	0,2	200
2. Agregando restricción al nodo 5	0	100	205	20,85	0,207	200
3. Agregando restricción al nodo 6	0	100	150	42,08	0,2	200

Tabla 10: Desempeño de la restricción especializada en la forma 2 para el modelo lineal disyuntivo con el sistema Garver.

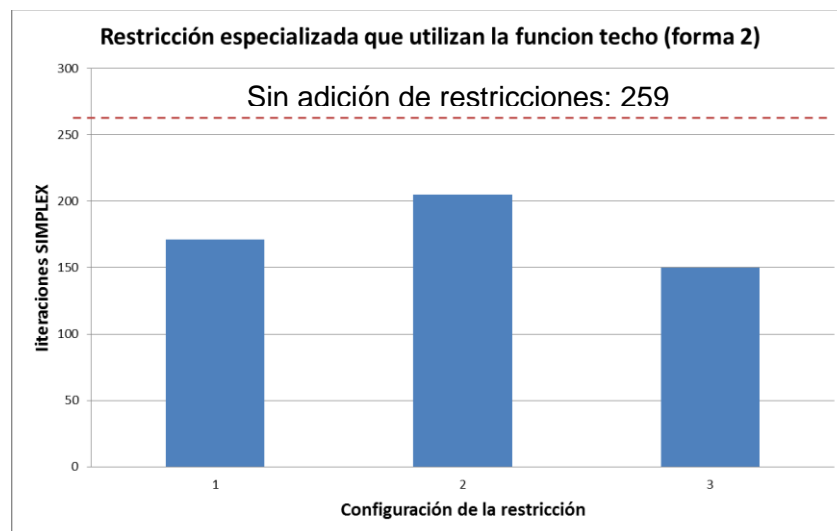


Figura 22: Número de iteraciones simplex por configuración para la forma 2 con el modelo lineal disyuntivo y el sistema Garver.

#### 4.2.1.4 MODELO DC

##### 4.2.1.4.1 Restricción especializada estándar

Usando el <i>solver</i> Knitro para el modelo DC (Sbase=1MW)	Usando la forma estándar			
Configuración de la restricción	Nodos evaluados por el B & C	Mejora en cantidad de nodos B & C evaluados (%)	Tiempo (s)	Costo de inversión [10 <sup>3</sup> US \$]
1. Agregando restricción a todos los nodos que lo necesiten	16	0	0,263	200
2. Agregando restricción al nodo 5	16	0	0,222	200
3. Agregando restricción al nodo 6	16	0	0,219	200

Tabla 11: Desempeño de la restricción especializada en la forma estándar para el modelo DC con el sistema Garver.

En este caso se puede observar en la tabla 11 que la adición de esta forma de la restricción a este modelo matemático no ayudó a disminuir de ninguna forma el número de nodos evaluados por el B & C del *solver*. En este caso el *solver* empleado utiliza una técnica de punto interior para resolver el problema relajado (PNL) que utiliza la técnica de PLE, por esta razón no es posible calificar la metodología mediante las iteraciones simplex.

##### 4.2.1.4.2 Restricción especializada que selecciona el mínimo entre la capacidad de la línea y la potencia neta encerrada

Para este caso no se obtuvo una mejora en el número de nodos evaluados por el B & C, obteniendo los mismos resultados del caso anterior. Este hecho no indica que no se haya producido un corte en el espacio de búsqueda, pues existe la posibilidad de que el *solver* no explore la zona sobre la cual se realizó el corte.

##### 4.2.1.4.3 Restricciones especializadas que utilizan la función techo

Se puede observar que para este caso la adición de la restricción especializada en todos los nodos y en el nodo 6 en la tabla 12 no ayudó encontrar la solución

óptima del problema. Además incluir la restricción en el nodo 5 no realiza ninguna mejora para este caso. Ocurre de manera similar al implementar las restricciones especializadas eliminando aquellas que son redundantes (tabla 13), esto impide de igual forma y en los mismos casos obtener la solución óptima. Por las razones presentadas no se realiza un análisis gráfico del mismo, pues para 2 de las 3 configuraciones no se encontró la solución óptima del problema, y en aquellos casos que se encontró, no mejoró su desempeño.

Usando el <i>solver</i> Knitro para el modelo DC (Sbase=1MW)	Restricción especializada que utiliza la función techo (forma 2)			
Configuración de la restricción	Nodos evaluados por el B & C	Mejora en cantidad de nodos B & C evaluados (%)	Tiempo (s)	Costo de inversión [10 <sup>3</sup> US \$]
1. Agregando restricción a todos los nodos que lo necesiten	9	N/A	0,186	220
2. Agregando restricción al nodo 5	16	0	0,306	200
3. Agregando restricción al nodo 6	9	N/A	0,252	231

Tabla 12: Número de nodos evaluados por el B & C por configuración para la forma 2 con el modelo DC y el sistema Garver.

Usando el <i>solver</i> Knitro para el modelo DC (Sbase=1MW)	Restricción especializada que utiliza la función techo y que elimina las restricciones redundantes			
Configuración de la restricción	Nodos evaluados por el B & C	Mejora en cantidad de nodos B & C evaluados (%)	Tiempo (s)	Costo de inversión [10 <sup>3</sup> US \$]
Agregando restricción a todos los nodos que lo necesiten	31	N/A	0,369	231
Agregando restricción al nodo 5	16	0	0,268	200
Agregando restricción al nodo 6	31	N/A	0,313	231

Tabla 13: Desempeño de la restricción especializada en la forma 2 eliminando las restricciones redundantes para el modelo DC con el sistema Garver.

#### 4.2.1.5 ANÁLISIS GENERAL PARA EL SISTEMA DE PRUEBA GARVER

Los resultados obtenidos para este sistema de prueba de pequeño tamaño para todos casi todos los modelos matemáticos indican que la inclusión de las restricciones especializadas, en todas las formas generan un corte en el espacio solución que disminuye el número de nodos evaluados por el B & C y el número de iteraciones simplex. Para el caso del modelo DC no se pudo obtener una mejora alguna en el número de nodos evaluados por el B & C, y para el caso de la restricción que utiliza la función techo el número de adiciones hizo que el *solver* perdiera el óptimo global del problema. Este hecho se puede conferir a la forma en que el *solver* realiza sus iteraciones, pues al emplear una técnica de programación no lineal entera puede ser altamente sensible a las restricciones del modelo matemático, por lo que adicionar nuevas restricciones podría causar que la técnica de solución caiga en un óptimo local.

Se pudo observar en los modelos matemáticos en los cuales surtió mayor efecto la inclusión de las restricciones especializadas. En este caso fue al nodo 6 de este sistema. Esto puede ser causado por la gran capacidad de generación atrapada que representa este nodo, indicando esto que la localización de nodos con grandes cantidades de generación atrapada o demanda no atendida puede ser importante para la adición de estas restricciones. De manera general, la aplicación de todas y cada una de las restricciones especializadas a todos los nodos que los necesiten genera un efecto positivo en la disminución de nodos evaluados por el B & C e iteraciones simplex, lo que a su vez se ve reflejado en un menor consumo de tiempo y memoria. Los resultados indican que para sistemas de pequeño tamaño la aplicación de las restricciones especializadas surte especial efecto en los modelos lineales, en especial la aplicación de la forma 2 de la restricción. Además para el caso de estos sistemas, la forma 2 en general no diferencia si son o no incluidas las restricciones redundantes.

#### 4.2.2 RESULTADOS OBTENIDOS PARA EL SISTEMA SUR BRASILEIRO

En este sistema de prueba también se busca determinar aquellos nodos sobre los cuales sea posible implementar las restricciones especializadas, es decir aquellos nodos que presenten  $\left| \bar{g}_k - d_k \right| - \sum_{ij \in \Omega_1} \bar{f}_{ij} n_{ij}^0 > 0$ . En la tabla 20 se presentan en color

verde aquellos nodos que permitan incluir la restricción especializada y que generen un corte en el espacio de solución. Para este sistema los únicos nodos con los cuales es posible obtener esta restricción, son los nodos 28 y 31.

Nodo	$\left  \overline{g}_k - d_k \right  - \sum_{ij \in \Omega_l} \overline{f}_{ij} n_{ij}^0$
1	-810
2	-636,9
3	0
4	-509,3
5	-1382
6	0
7	-540
8	-707,8
9	-980
10	0
11	0
12	-28,1
13	-544,2
14	-526
15	0
16	-2434
17	-3000
18	-1500
19	-6927
20	-518,8
21	-2100
22	-458,1
23	-621,9
24	-521,8
25	0
26	-578,1
27	-1156
28	730
29	0
30	0
31	310
32	-2750
33	-739,1
34	-809
35	-524
36	-449,9
37	-528
38	-1194
39	-649
40	-277,9
41	0
42	-1142,1
43	-2000
44	-390,9
45	-113,3
46	-3001

Tabla 14: Potencia neta atrapada en cada uno de los nodos del sistema de prueba Sur Brasileiro.

En la tabla 14 se puede observar que la mayoría de los nodos del sistema no presentan las características necesarias para adicionar las restricciones especializadas, los únicos nodos que cumplen esta característica para este sistema son los nodos 28 y 31 que son nodos de generación aislados del sistema.

Las restricciones especializadas para los nodos 28 y 31 son las siguientes:

Restricción especializada estándar para el nodo 28:

$$1800n_{16-28} + 2000n_{28-30} + 2000n_{28-31} + 1300n_{28-41} + 1200n_{28-43} \geq 730 \quad (4.6)$$

Restricción especializada estándar para el nodo 31:

$$2000n_{28-31} + 2000n_{31-32} + 1300n_{31-41} \geq 310 \quad (4.7)$$

Restricción especializada que selecciona el mínimo entre la capacidad de la línea y la potencia neta encerrada para el nodo 28:

$$730n_{16-28} + 730n_{28-30} + 730n_{28-31} + 730n_{28-41} + 730n_{28-43} \geq 730 \quad (4.8)$$

Restricción especializada que selecciona el mínimo entre la capacidad de la línea y la potencia neta encerrada para el nodo 31:

$$310n_{28-31} + 310n_{31-32} + 310n_{31-41} \geq 310 \quad (4.9)$$

Restricciones especializadas que utilizan la función techo para el nodo 28:

$$n_{16-28} + 2n_{28-30} + 2n_{28-31} + n_{28-41} + n_{28-43} \geq 1 \quad (4.10.1)$$

$$n_{16-28} + n_{28-30} + n_{28-31} + n_{28-41} + n_{28-43} \geq 1 \quad (4.10.2)$$

$$n_{16-28} + n_{28-30} + n_{28-31} + n_{28-41} + n_{28-43} \geq 1 \quad (4.10.3)$$

$$2n_{16-28} + 2n_{28-30} + 2n_{28-31} + n_{28-41} + n_{28-43} \geq 1 \quad (4.10.4)$$

$$2n_{16-28} + 2n_{28-30} + 2n_{28-31} + 2n_{28-41} + n_{28-43} \geq 1 \quad (4.10.5)$$

Restricciones especializadas que utilizan la función techo para el nodo 31:

$$n_{28-31} + n_{31-32} + n_{31-41} \geq 1 \quad (4.11.1)$$

$$n_{28-31} + n_{31-32} + n_{31-41} \geq 1 \quad (4.11.2)$$

$$2n_{28-31} + 2n_{31-32} + n_{31-41} \geq 1 \quad (4.11.1)$$

Las restricciones especializadas planteadas son incluidas en los modelos matemáticos presentados en el capítulo 2. Se observara la efectividad de las restricciones utilizando los mismos criterios usados en el caso anterior mediante la medida de nodos evaluados por el B & C e iteraciones simplex. Se puede observar que a pesar de que el tamaño del sistema es más grande el número de nodos sobre los cuales se puede aplicar la restricción es la misma cantidad que para el sistema Garver, por lo que el número de restricciones especializadas no dependerá directamente del tamaño del sistema si no del número de nodos que cumplan con los requisitos para plantearlas. Al igual que el caso anterior para las restricciones 4.10 y 4.11 se evaluara el desempeño cuando son o no incluidas las restricciones redundantes generadas. Al igual que el caso anterior para adicionar las restricciones al modelo lineal disyuntivo solo es necesario realizar la

consideración de que  $n_{ij} = \sum_{k=1}^{n_{\max}} y_{ijk}$ .

#### 4.2.2.1 MODELO DE TRANSPORTES

##### 4.2.2.1.1 Restricción especializada estándar

Usando el <i>solver</i> CPLEX para el modelo de transportes (Sbase=5MW)	Usando la forma estándar					
Configuración de la restricción	Nodos evaluados por el B & C	Mejora en cantidad de nodos B & C evaluados (%)	MIP iteraciones simplex	Mejora en cantidad de iteraciones simplex (%)	Tiempo (s)	Costo de inversión [10 <sup>6</sup> US \$]
1. Agregando la restricción a todos los nodos que lo necesiten	736	-91,17	3826	-107,15	0,686	127272
2. Agregando la restricción al nodo 28	394	-2,34	1758	4,82	0,357	127272
3. Agregando la restricción al nodo 31	781	-102,86	3615	-95,72	0,484	127272

Tabla 15: Desempeño de la restricción especializada en la forma estándar para el modelo de transportes con el sistema Sur Brasileiro.

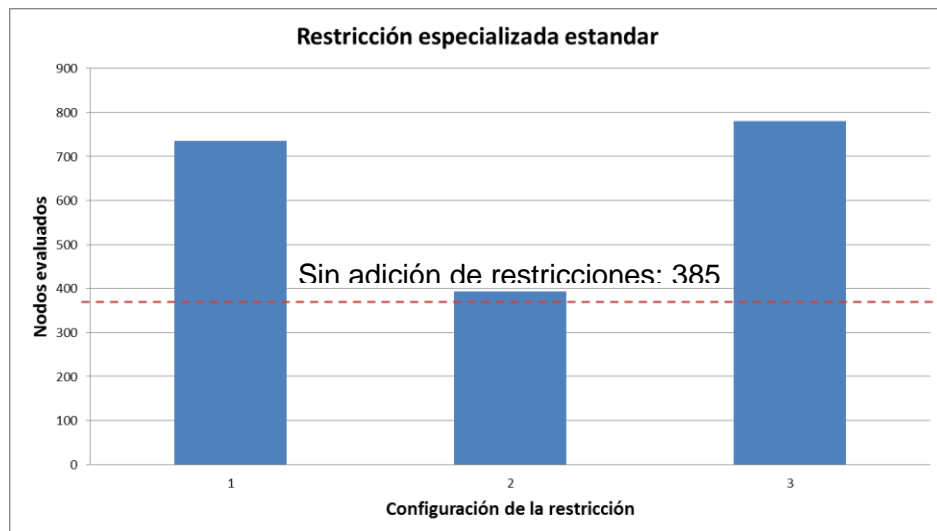


Figura 23: Número de nodos evaluados por el B & C por configuración para la forma estándar con el modelo de transportes y el sistema Sur Brasileiro.



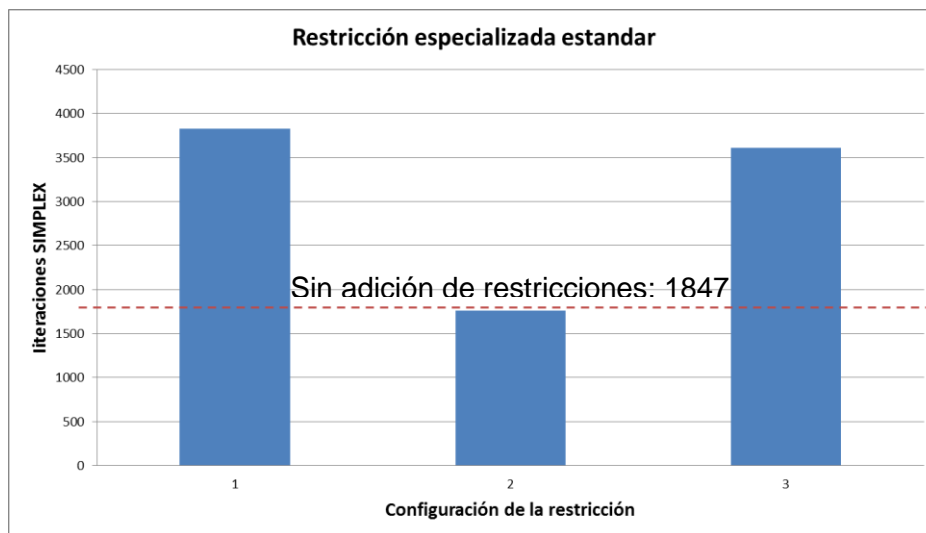


Figura 24: Número de iteraciones simplex por configuración para la forma estándar con el modelo de transportes y el sistema Sur Brasileiro.

Las restricciones especializadas 4.6 y 4.7 son adicionadas al modelo matemático para observar su efectividad generando un corte en el espacio de búsqueda. Se puede observar en la tabla 15 y en las figuras 23 y 24, que la adición de las restricciones solo ayudo a mejorar al ser adicionadas al nodo 28 del sistema, aumentando un poco el número de nodos evaluados por el B & C pero disminuyendo el número de iteraciones simplex, también en pequeña medida. Esto indica que el corte producido por esta restricción genera un corte muy superficial en el espacio de búsqueda producido por este modelo, produciendo solo una mejora del 4.82% en el número de iteraciones simplex.

#### 4.2.2.1.2 Restricción especializada que selecciona el mínimo entre la capacidad de la línea y la potencia neta encerrada

La restricción especializada que selecciona el mínimo entre la capacidad de la línea y la potencia neta encerrada surte el mismo efecto que tiene la restricción especializada estándar obteniendo los mismos resultados presentados para la forma anterior. En varios casos puede que el corte produzca un corte en el espacio de solución un poco más profundo que el anterior, pero que no sea lo suficiente para ayudar a la técnica de solución a alcanzar el óptimo de manera más efectiva.

#### 4.2.2.1.3 Restricciones especializadas que utilizan la función techo

Usando el <i>solver</i> CPLEX para el modelo de transportes (Sbase=5MW)	Restricción especializada que utiliza la función techo (forma 2)					
Configuración de la restricción	Nodos evaluados por el B & C	Mejora en cantidad de nodos B & C evaluados (%)	MIP iteraciones simplex	Mejora en cantidad de iteraciones simplex (%)	Tiempo (s)	Costo de inversión [10 <sup>6</sup> US \$]
1. Agregando la restricción a todos los nodos que lo necesiten	742	-92,73	3846	-108,23	0,705	127272
2. Agregando la restricción al nodo 28	394	-2,34	1758	4,82	0,368	127272
3. Agregando la restricción al nodo 31	783	-103,38	3619	-95,94	0,499	127272

Tabla 16: Desempeño de la restricción especializada en la forma 2 para el modelo de transportes con el sistema Sur Brasileiro.

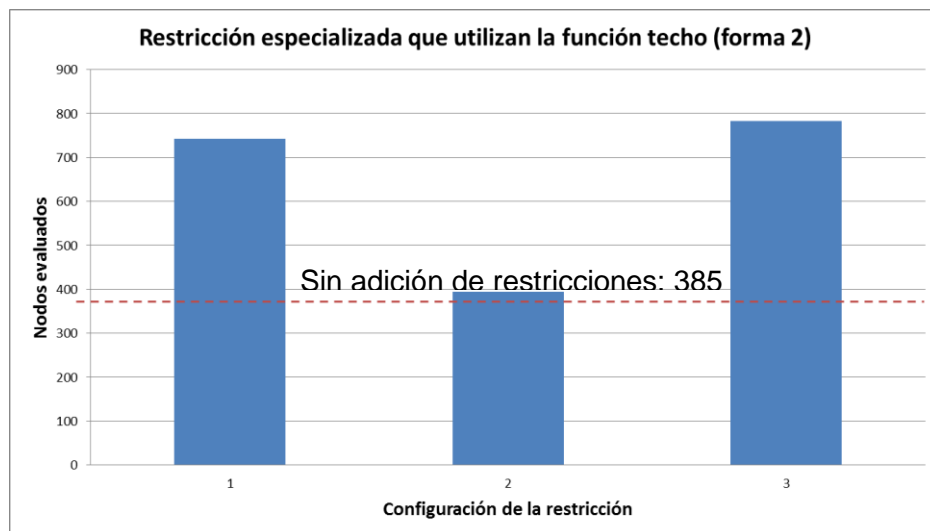


Figura 25: Número de nodos evaluados por el B & C por configuración para la forma 2 con el modelo de transportes y el sistema Sur Brasileiro.

La tabla 16 así como las figuras 25 y 26 presentan los resultados para la adición de la restricción especializada que utiliza la función techo el número de adiciones. Se puede observar que para la cantidad de nodos evaluados por el B & C no se logró ninguna mejoría en ninguno de los casos, indicando esto que este tipo de restricción no es efectiva recortando el número de nodos evaluados por el B & C.

Sin embargo se obtuvo una pequeña mejora en cuanto al número de iteraciones simplex empleadas por el *solver* para una de las configuraciones del 4.82%. En la tabla 17 se presentan los resultados obtenidos agregando la restricción especializada sin las restricciones resultantes, presentando solo una leve mejoría.

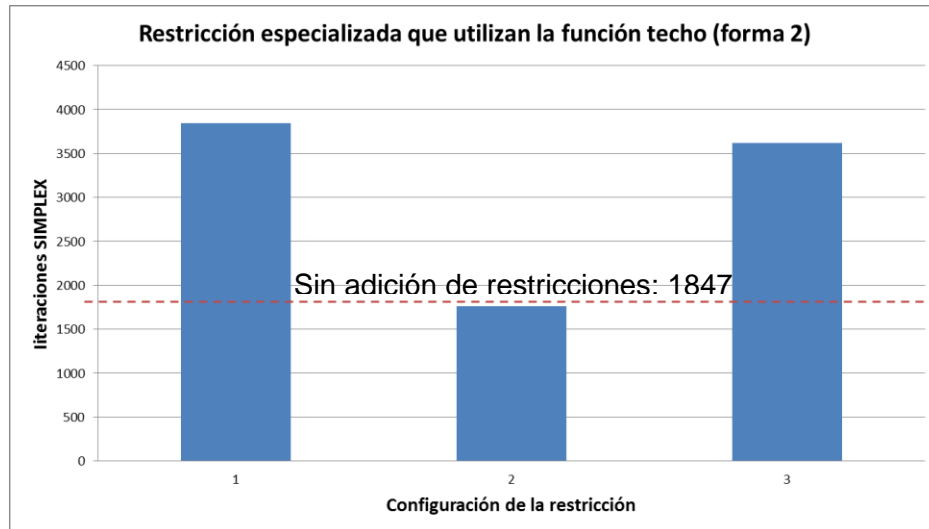


Figura 26: Número de iteraciones simplex por configuración para la forma 2 con el modelo de transportes y el sistema Sur Brasileiro.

Usando el <i>solver</i> CPLEX para el modelo de transportes (Sbase=5MW)	Restricción especializada que utiliza la función techo y que elimina las restricciones redundantes					
Configuración de la restricción	Nodos evaluados por el B & C	Mejora en cantidad de nodos B & C evaluados (%)	MIP iteraciones simplex	Mejora en cantidad de iteraciones simplex (%)	Tiempo (s)	Costo de inversión [10 <sup>6</sup> US \$]
1. Agregando la restricción a todos los nodos que lo necesiten	740	-92,21	3842	-108,01	0,701	127272
2. Agregando la restricción al nodo 28	394	-2,34	1758	4,82	0,363	127272
3. Agregando la restricción al nodo 31	782	-103,12	3618	-95,89	0,485	127272

Tabla 17: Desempeño de la restricción especializada en la forma 2 eliminando las restricciones redundantes para el modelo de transportes con el sistema Sur Brasileiro.

## 4.2.2.2 MODELO HÍBRIDO LINEAL

### 4.2.2.2.1 Restricción especializada estándar

Usando el <i>solver</i> CPLEX para el modelo de híbrido lineal (Sbase=200MW)	Usando la forma estándar					
Configuración de la restricción	Nodos evaluados por el B & C	Mejora en cantidad de nodos B & C evaluados (%)	MIP iteraciones simplex	Mejora en cantidad de iteraciones simplex (%)	Tiempo (s)	Costo de inversión [10 <sup>6</sup> US \$]
1. Agregando la restricción a todos los nodos que lo necesiten	1019	-11,98	9598	-4,50	0,826	141350
2. Agregando la restricción al nodo 28	1155	-26,92	12214	-32,98	1,326	141350
3. Agregando la restricción al nodo 31	1135	-24,73	11595	-26,24	0,952	141350

Tabla 18: Desempeño de la restricción especializada en la forma estándar para el modelo híbrido lineal con el sistema Sur Brasileiro.

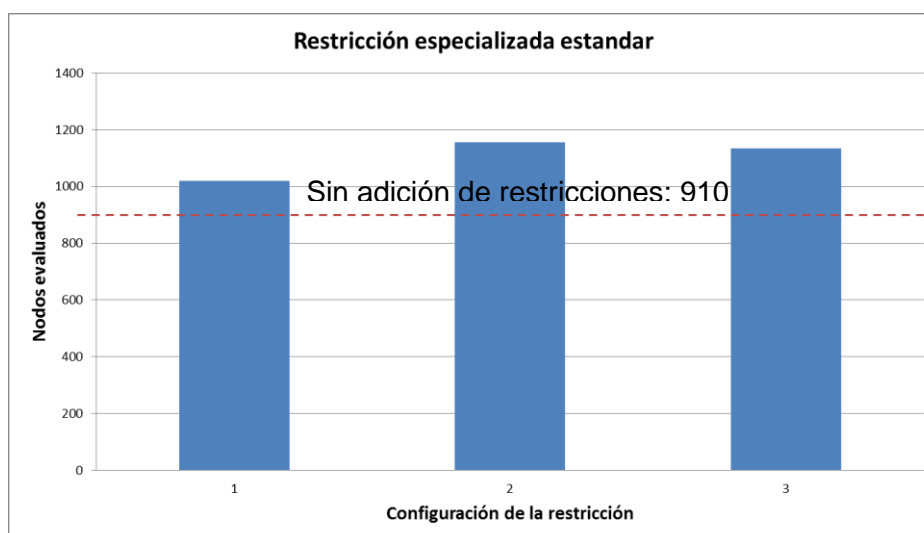


Figura 27: Número de nodos evaluados por el B & C por configuración para la forma estándar con el modelo híbrido lineal y el sistema Sur Brasileiro.

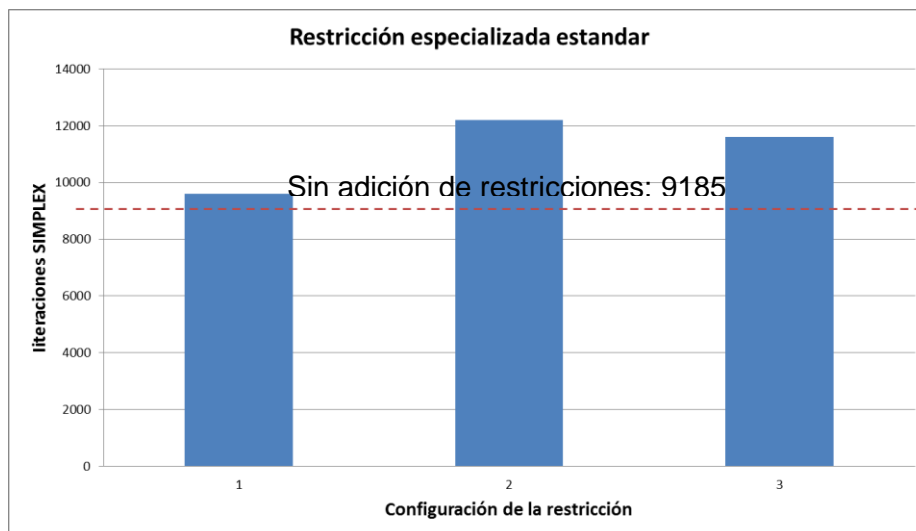


Figura 28: Número de iteraciones simplex por configuración para la forma estándar con el modelo híbrido lineal y el sistema Sur Brasileiro.

Para esta forma de la restricción especializada los resultados obtenidos indican que su aplicación para este modelo no resulta beneficiosa para establecer una mejoría. Siendo esto parcialmente cierto, como se ha mencionado en casos anteriores puede que la técnica de solución no explore la zona recortada.

#### 4.2.2.2.2 Restricción especializada que selecciona el mínimo entre la capacidad de la línea y la potencia neta encerrada

La restricción especializada en esta forma no logro obtener mejores resultados que para el caso anterior, obteniendo los mismos resultados, indicando esto que el efecto producido por el corte es igual para este caso y el caso anterior de la restricción especializada. Por la razón presentada no se muestran ninguna tabla o figura para este caso.

#### 4.2.2.2.3 Restricciones especializadas que utilizan la función techo

Usando el <i>solver</i> CPLEX para el modelo de híbrido lineal (Sbase=200MW)	Restricción especializada que utiliza la función techo (forma 2)					
Configuración de la restricción	Nodos evaluados por el B & C	Mejora en cantidad de nodos B & C evaluados (%)	MIP iteraciones simplex	Mejora en cantidad de iteraciones simplex (%)	Tiempo (s)	Costo de inversión [10 <sup>6</sup> US \$]
1. Agregando la restricción a todos los nodos que lo necesiten	1025	-12,64	9619	-4,73	0,796	141350
2. Agregando la restricción al nodo 28	1159	-27,36	12253	-33,40	1,41	141350
3. Agregando la restricción al nodo 31	1137	-24,95	11644	-26,77	0,99	141350

Tabla 19: Desempeño de la restricción especializada en la forma 2 para el modelo híbrido lineal con el sistema Sur Brasileiro.

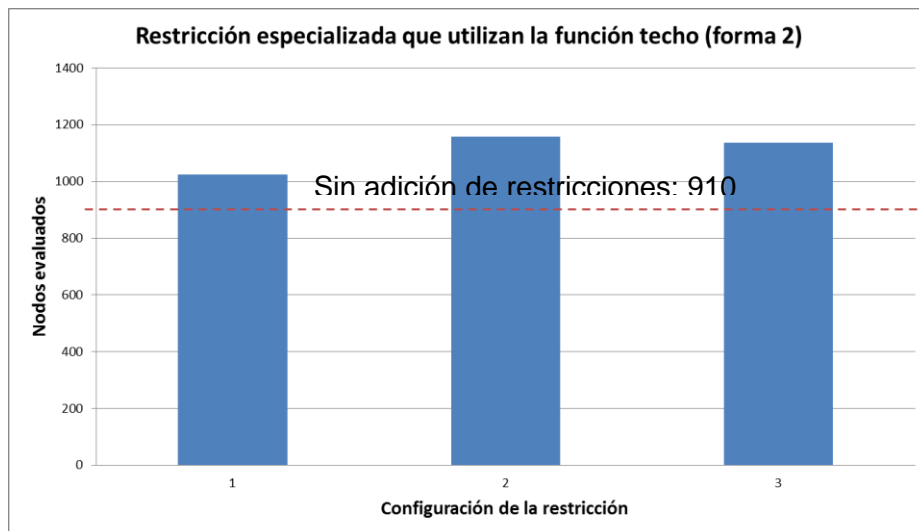


Figura 29: Número de nodos evaluados por el B & C por configuración para la forma 2 con el modelo híbrido lineal y el sistema Sur Brasileiro.

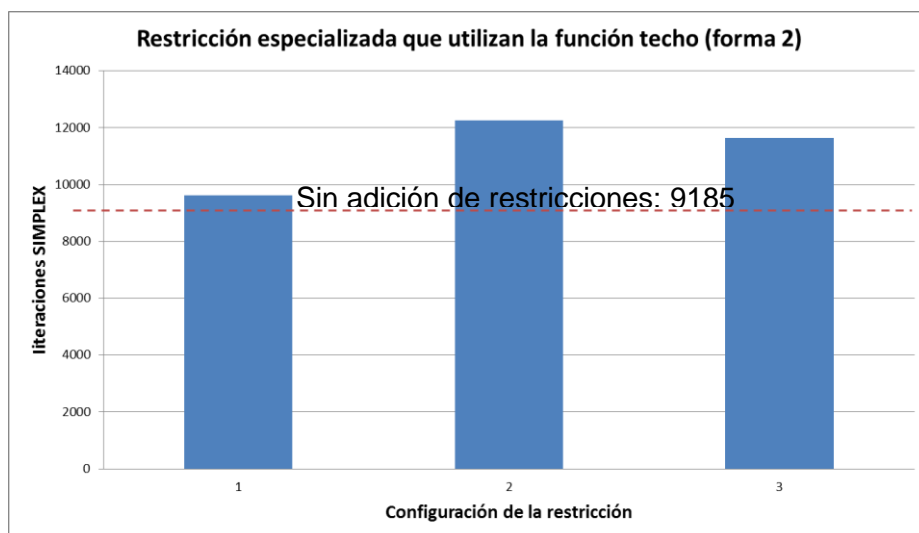


Figura 30: Número de iteraciones simplex por configuración para la forma 2 con el modelo híbrido lineal y el sistema Sur Brasileiro.

Usando el <i>solver</i> CPLEX para el modelo de híbrido lineal (Sbase=200MW)	Restricción especializada que utiliza la función techo y que elimina las restricciones redundantes					
Configuración de la restricción	Nodos evaluados por el B & C	Mejora en cantidad de nodos B & C evaluados (%)	MIP iteraciones simplex	Mejora en cantidad de iteraciones simplex (%)	Tiempo (s)	Costo de inversión [10 <sup>6</sup> US \$]
1. Agregando la restricción a todos los nodos que lo necesiten	1023	-12,42	9604	-4,56	0,815	141350
2. Agregando la restricción al nodo 28	1158	-27,25	12246	-33,33	1,504	141350
3. Agregando la restricción al nodo 31	1136	-24,84	11608	-26,38	0,994	141350

Tabla 20: Desempeño de la restricción especializada en la forma 2 eliminando las restricciones redundantes para el modelo híbrido lineal con el sistema Sur Brasileiro.

Para este caso el corte producido por la restricción especializada con y sin restricciones redundantes no produce ningún efecto positivo. La tabla 19 y 20 presentan los resultados numéricos en los cuales se puede verificar que la restricción no produce ninguna mejoría. En las figuras 29 y 30 se puede verificar este hecho.

### 4.2.2.3 MODELO LINEAL DISYUNTIVO

#### 4.2.2.3.1 Restricción especializada estándar

Usando el <i>solver</i> CPLEX para el modelo lineal disyuntivo (Sbase=200MW)	Usando la forma estándar					
Configuración de la restricción	Nodos evaluados por el B & C	Mejora en cantidad de nodos B & C evaluados (%)	MIP iteraciones simplex	Mejora en cantidad de iteraciones simplex (%)	Tiempo (s)	Costo de inversión [10 <sup>6</sup> US \$]
1. Agregando la restricción a todos los nodos que lo necesiten	2303	N/A	110408	N/A	43,68	150167
2. Agregando la restricción al nodo 28	3848	N/A	181429	N/A	70,45	152945
3. Agregando la restricción al nodo 31	2270	N/A	108065	N/A	65,192	149528

Tabla 21: Desempeño de la restricción especializada en la forma estándar para el modelo lineal disyuntivo con el sistema Sur Brasileiro.

Para el caso del modelo lineal disyuntivo la adición de la restricción en la forma estándar no logró ninguna mejoría y por el contrario causó que la técnica de solución perdiera el óptimo en las configuraciones estudiadas. Sin embargo como se verá en las observaciones posteriores esto ocurre debido a que la técnica de solución empleada por el *solver* es altamente sensible al valor de M, y la adición de las nuevas restricciones requiere encontrar un nuevo valor para M.

#### 4.2.2.3.2 Restricción especializada que selecciona el mínimo entre la capacidad de la línea y la potencia neta encerrada

La restricción en esta forma obtuvo los mismos resultados obtenidos para la forma estándar, es decir esta también causó que se perdiera el óptimo global, presentando las mismas características que el caso anterior



#### 4.2.2.3.3 Restricciones especializadas que utilizan la función techo

La adición de esta forma de la restricción especializada en el modelo matemático también presento las mismas características obtenidas para la forma estándar.

#### 4.2.2.4 MODELO DC

##### 4.2.2.3.1 Restricción especializada estándar

Usando el <i>solver</i> Knitro para el modelo DC (Sbase=300MW)	Usando la forma estándar			
Configuración de la restricción	Nodos evaluados por el B & C	Mejora en cantidad de nodos B & C evaluados (%)	Tiempo (s)	Costo de inversión [10 <sup>6</sup> US \$]
1. Agregando la restricción a todos los nodos que lo necesiten	2533	N/A	222,625	157304
2. Agregando la restricción al nodo 28	2074	-45,03	167,731	154420
3. Agregando la restricción al nodo 31	1570	-9,79	129,145	154420

Tabla 22: Desempeño de la restricción especializada en la forma estándar para el modelo DC con el sistema Sur Brasileiro.

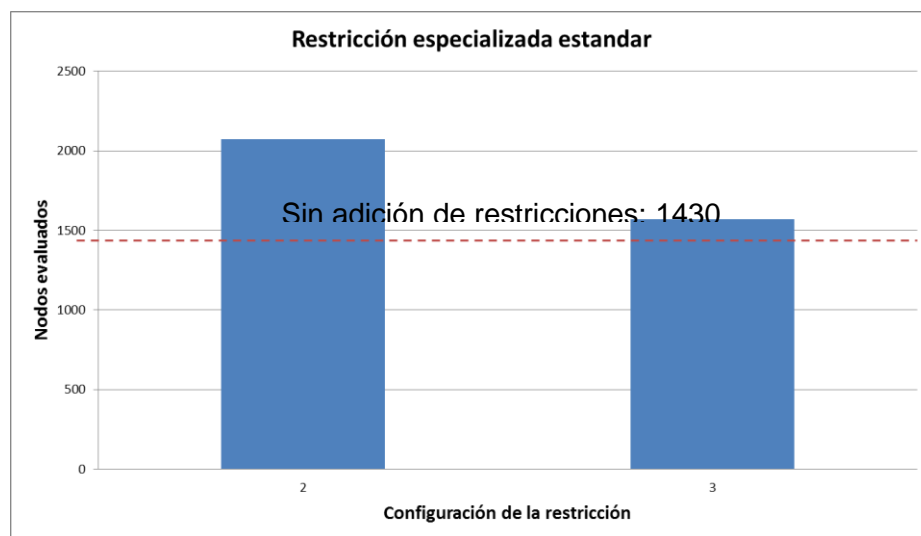


Figura 31: Número de nodos evaluados por el B & C por configuración para la forma estándar con el modelo DC y el sistema Sur Brasileiro.

Adicionar la restricción especializada en la forma estándar en el modelo DC no ofrece ningún tipo de mejora, por el contrario causa un empeoramiento del número de nodos evaluados por el B & C. Además la configuración 1 es ineficaz pues la técnica de solución no logra alcanzar el óptimo global para este modelo.

#### 4.2.2.4.2 Restricción especializada que selecciona el mínimo entre la capacidad de la línea y la potencia neta encerrada

Usando el <i>solver</i> Knitro para el modelo DC (Sbase=300MW)	Restricción especializada que selecciona el mínimo entre la capacidad de la línea y la potencia neta encerrada (forma 1)			
Configuración de la restricción	Nodos evaluados por el B & C	Mejora en cantidad de nodos B & C evaluados (%)	Tiempo (s)	Costo de inversión [10 <sup>6</sup> US \$]
1. Agregando la restricción a todos los nodos que lo necesiten	1753	N/A	155,047	157198
2. Agregando la restricción al nodo 28	1723	-20,49	139,282	154420
3. Agregando la restricción al nodo 31	1931	-35,03	129,757	154420

Tabla 23: Desempeño de la restricción especializada en la forma 1 para el modelo DC con el sistema Sur Brasileiro.

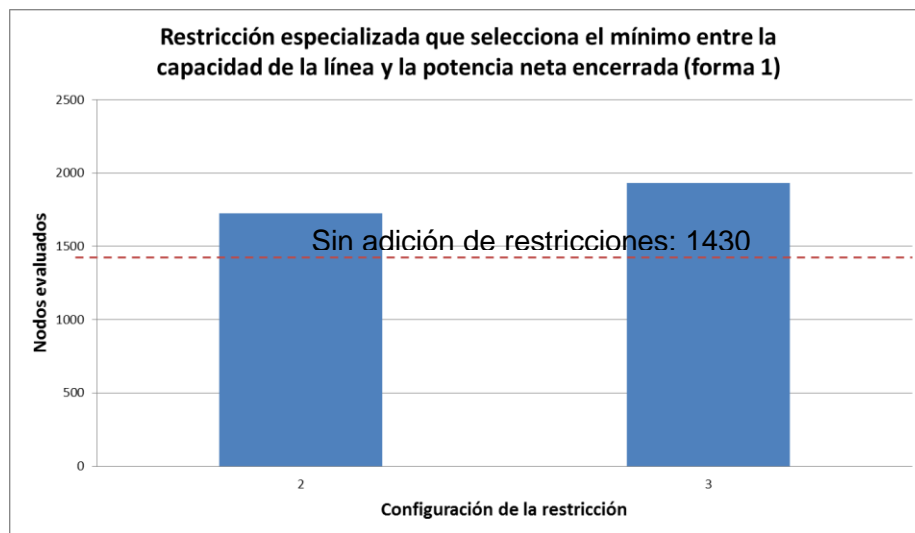


Figura 32: Número de nodos evaluados por el B & C por configuración para la forma 1 con el modelo DC y el sistema Sur Brasileiro.

Adicionar la restricción especializada en la forma 1 tampoco ayuda a la técnica de solución a alcanzar el óptimo global de manera más eficaz, por el contrario causa una disminución de la eficiencia esperada, esto se puede verificar en la tabla 23 y en la figura 32, pues en todos los casos estuvo por encima del valor de referencia y al igual que para el caso anterior para la configuración 1 se perdió el óptimo global del problema.

#### 4.2.2.4.3 Restricciones especializadas que utilizan la función techo

Usando el <i>solver</i> Knitro para el modelo DC (Sbase=300MW)	Restricción especializada que utiliza la función techo (forma 2)			
Configuración de la restricción	Nodos evaluados por el B & C	Mejora en cantidad de nodos B & C evaluados (%)	Tiempo (s)	Costo de inversión [10 <sup>6</sup> US \$]
1. Agregando la restricción a todos los nodos que lo necesiten	1153	19,37	86,988	154420
2. Agregando la restricción al nodo 28	1651	-15,45	172,056	154420
3. Agregando la restricción al nodo 31	2213	-54,76	168,783	154420

Tabla 24: Desempeño de la restricción especializada en la forma 2 para el modelo DC con el sistema Sur Brasileiro.

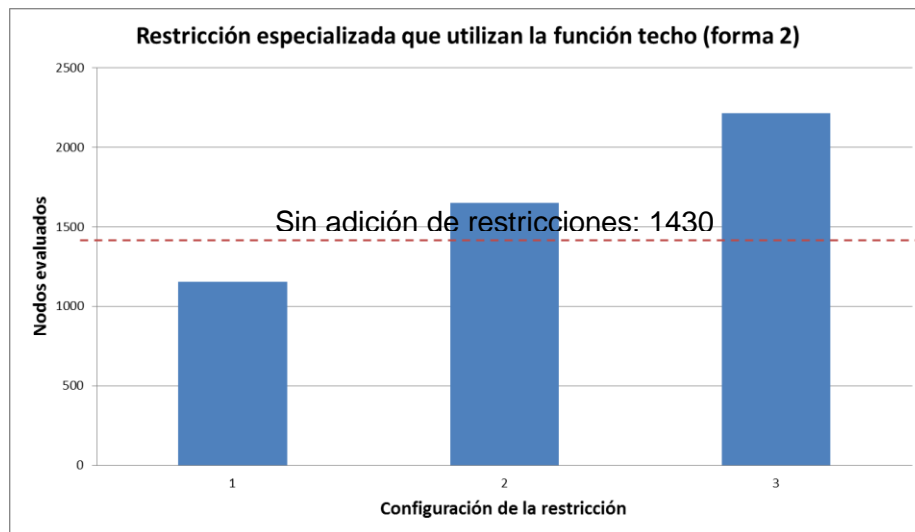


Figura 33: Número de nodos evaluados por el B & C por configuración para la forma 2 con el modelo DC y el sistema Sur Brasileiro.

Usando el <i>solver</i> Knitro para el modelo DC (Sbase=300MW)	Restricción especializada que utiliza la función techo y que elimina las restricciones redundantes			
Configuración de la restricción	Nodos evaluados por el B & C	Mejora en cantidad de nodos B & C evaluados (%)	Tiempo (s)	Costo de inversión [ $10^6$ US \$]
1. Agregando la restricción a todos los nodos que lo necesiten	1266	11,47	104,56	154420
2. Agregando la restricción al nodo 28	1555	-8,74	130,106	154420
3. Agregando la restricción al nodo 31	2713	-89,72	203,107	154420

Tabla 25: Desempeño de la restricción especializada en la forma 2 eliminando las restricciones redundantes para el modelo DC con el sistema Sur Brasileiro.

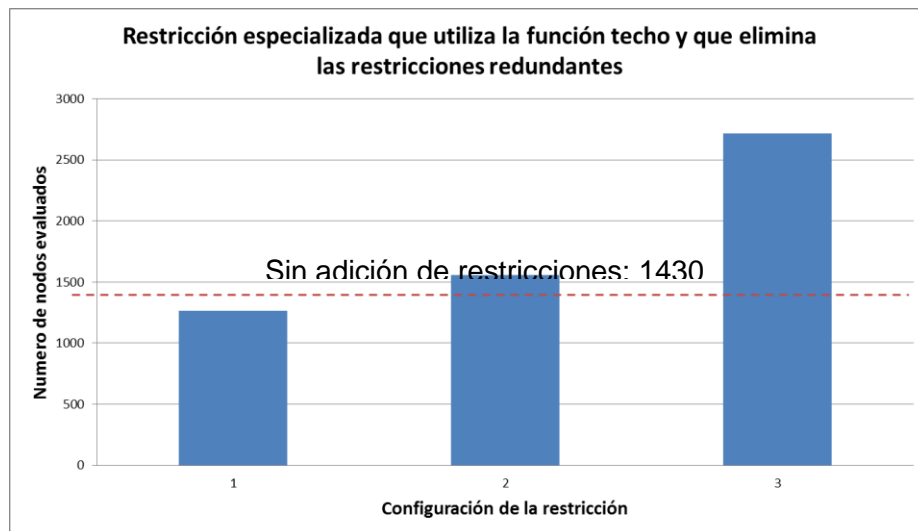


Figura 34: Número de nodos evaluados por el B & C por configuración para la forma 2 eliminando las restricciones redundantes, con el modelo DC y el sistema Sur Brasileiro.

Agregar la restricción especializada que utiliza la función techo el número de adiciones resulta beneficioso, pues se logra disminuir el número de nodos evaluados por el B & C, esto únicamente en la configuración 1, observándose que adicionar este tipo de restricción a todos los nodos que lo necesiten ayuda a disminuir el espacio de solución. Se puede observar en las tabla 24 y 25, y las figuras 33 y 34 que la disminución en el número de nodos evaluados por el B & C fue mayor cuando se conservaron las restricciones redundantes, obteniendo una mejora máxima del 19.37%.

#### **4.2.2.5 ANÁLISIS GENERAL PARA EL SISTEMA DE PRUEBA SUR BRASILEIRO**

Los resultados obtenidos para cada una de las formas de la restricción especializada aplicada a los diferentes modelos matemáticos ha dado resultados positivos en solo 2 de los 4 modelos planteados. Para el caso del modelo de transportes en general se logró una disminución del número de iteraciones simplex cuando se agregó la restricción sobre el nodo 28 del sistema, siendo este nodo un nodo de generación del sistema con un aporte pequeño de potencia, pero superior al aporte realizado por el nodo 31. Se observa entonces que para el modelo de transportes se obtiene un impacto cuando se adicionan las restricciones especializadas sobre los nodos con el mayor nivel de potencia neta encerrada, estos pueden ser de generación o demanda. Para este caso entonces se obtuvo una mejora del 4.82% en el número de iteraciones simplex pero una desmejora en el número de nodos evaluados por el B & C.

El modelo híbrido lineal no presentó ninguna mejoría cuando se le adicionaron todas las formas de la restricción especializada, indicando esto que este modelo es poco sensible al efecto producido por estas restricciones, por lo que realizar la adición de este tipo de restricciones a sistemas de mediano tamaño y complejidad modelados mediante el modelo híbrido lineal podrían no producir ningún efecto. Para el caso del modelo lineal disyuntivo en todas las configuraciones y formas de la restricción especializada se perdió el óptimo global del problema. Como se mencionó anteriormente esto ocurrió por el efecto producido por el valor de M, esto hecho será ampliado en las observaciones.

El modelo DC presentó buena respuesta ante la adición de la restricción especializada que utiliza la función techo el número de adiciones, obteniendo una mejora del 19.37% para la configuración 1 que corresponde a la aplicación de la restricción a todos los nodos del sistema que lo permitan, en los otros casos no se logró obtener una mejoría. Esto muestra que adicionar de manera individual a cada nodo del sistema no produce un efecto relevante, pero de manera conjunta si lo hace. Las otras formas de la restricción mostraron ser ineficaces impidiendo en el caso de la configuración 1 encontrar la solución óptima. Es de resaltar este hecho, pues para una restricción una configuración mala para una forma puede ser buena para otra, como ocurrió en este caso.

### 4.3 RESULTADOS OBTENIDOS EN LA APLICACIÓN DE LA RESTRICCIÓN ESPECIALIZADA SOBRE ÁREAS DEL SISTEMA

En esta sección del capítulo 4 se realiza la implementación de las restricciones especializadas sobre áreas del sistema Sur Brasileiro mediante la aplicación de lo presentado en la sección 3.3 del capítulo anterior. Al igual que para el caso de la aplicación a nodos, la aplicación a áreas del sistema también presentara 3 formas de las restricciones especializadas aplicadas a cada área de manera individual, a conjuntos de ellas o a todas. La metodología de selección de las áreas fue presentada en la figura 11 del capítulo anterior y tiene como objetivo buscar zonas del sistema Sur Brasileiro que presenten un desbalance de potencia, sobre las cuales se puedan aplicar dichas restricciones. Dicho de otra manera es tratar de

encontrar áreas del sistema que tengan  $\left| \sum_{k \in \Omega_1} \bar{g}_k - \sum_{k \in \Omega_2} d_k \right| - \sum_{ij \in \Omega_3} \bar{f}_{ij} n_{ij}^0 > 0$ , sobre las cuales surta efecto las restricciones especializadas.

Mediante la aplicación de la metodología de selección de áreas, se encontraron 4 áreas en el sistema sur brasileiro señaladas en la figura 35 mediante los colores rojo, verde, naranja y azul. El área 1 corresponde al color naranja y corresponde a los nodos 16, 17, 19, 21, 32 y 46, la cual es un área con un elevado nivel de generación atrapada. El área 2 se muestra en la figura 35 con el color rojo y contiene los nodos 28 y 31, que son dos nodos de generación que se encuentran aislados del sistema. El área 3 se señala mediante el color verde y recoge los nodos 20, 23, 24, 33, 34 y 35, esta área posee una incapacidad de transmisión para atender la demanda del área. El área 4 se encuentra en la figura 35 con el color azul y contiene los nodos 27, 36, 37, 38, 39, 40, 42, 44 y 45, es el área más grande seleccionada y contiene un nivel medio de demanda no atendida por déficit de transmisión.

Las restricciones resultantes para las 4 áreas son las siguientes:

Restricción especializada estándar para el área 1:

$$\begin{aligned}
 &1400n_{32-43} + 600n_{18-19} + 600n_{20-21} + 2000n_{46-10} + 2000n_{46-6} + 1800n_{46-3} \\
 &+ 1800n_{16-28} + 1400n_{19-25} + 2000n_{21-25} + 1400n_{25-32} + 2000n_{31-32} \\
 &+ 1400n_{32-41} + 600n_{15-16} + 600n_{46-11} \geq 1588
 \end{aligned} \tag{4.12}$$

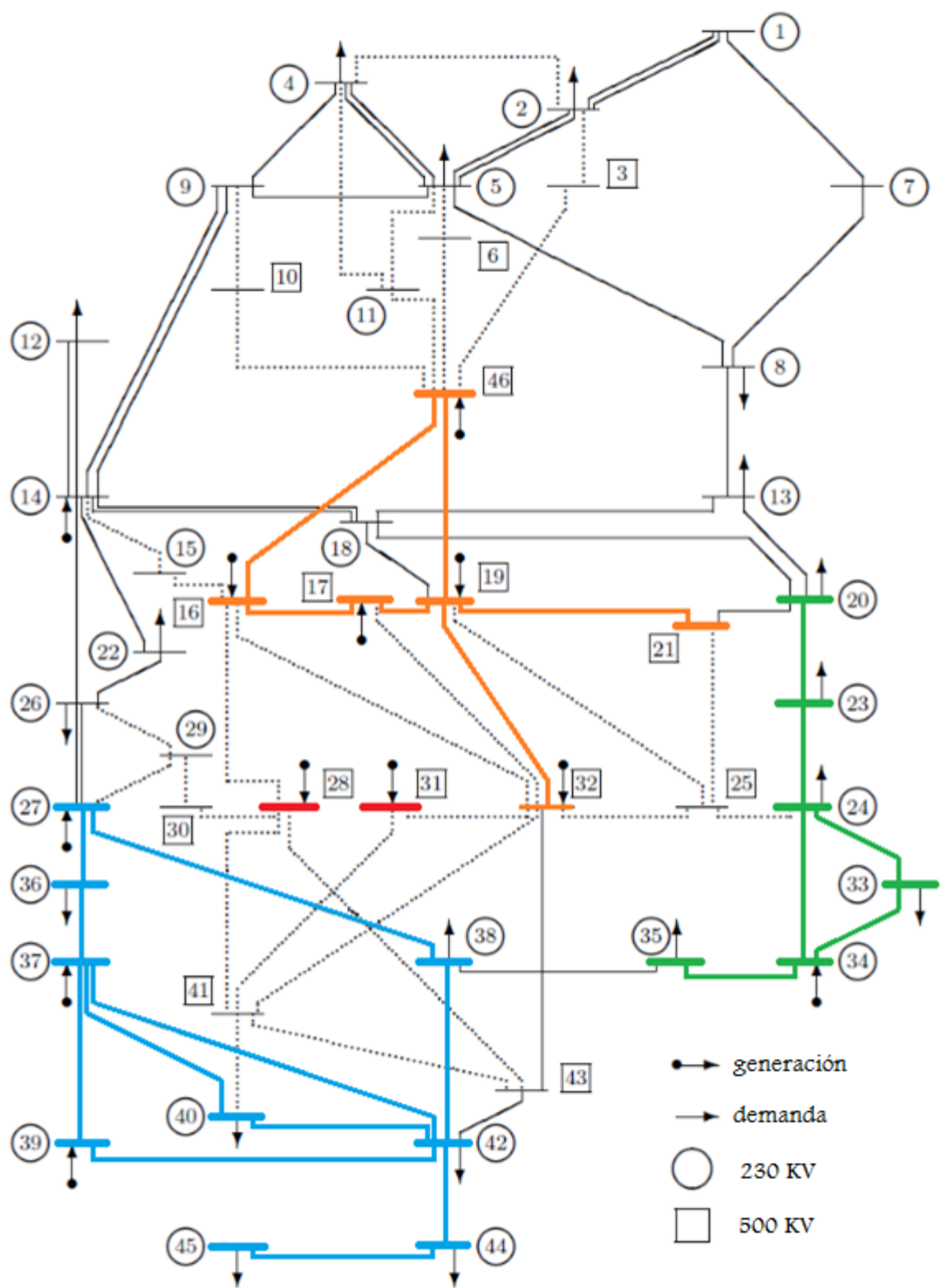


Figura 35: Áreas del sistema Sur Brasileiro sobre las cuales se generaran las restricciones especializadas

Restricción especializada estándar para el área 2:

$$1800n_{16-28} + 2000n_{31-32} + 2000n_{28-30} + 1300n_{28-41} + 1200n_{28-43} + 1500n_{31-41} \geq 1040 \quad (4.13)$$

Restricción especializada estándar para el área 3:

$$270n_{13-20} + 200n_{18-20} + 200n_{35-38} + 600n_{20-21} + 600n_{24-25} \geq 981.6 \quad (4.14)$$

Restricción especializada estándar para el área 4:

$$270n_{26-27} + 200n_{35-38} + 600n_{42-43} + 270n_{27-29} + 600n_{40-41} \geq 514.9 \quad (4.15)$$

Restricción especializada que selecciona el mínimo entre la capacidad de la línea y la potencia neta encerrada para el área 1:

$$\begin{aligned} &1400n_{32-43} + 600n_{18-19} + 600n_{20-21} + 1588n_{46-10} + 1588n_{46-6} + 1588n_{46-3} \\ &+ 1588n_{16-28} + 1400n_{19-25} + 1588n_{21-25} + 1400n_{25-32} + 1588n_{31-32} \\ &+ 1400n_{32-41} + 600n_{15-16} + 600n_{46-11} \geq 1588 \end{aligned} \quad (4.16)$$

Restricción especializada que selecciona el mínimo entre la capacidad de la línea y la potencia neta encerrada para el área 2:

$$1040n_{16-28} + 1040n_{31-32} + 1040n_{28-30} + 1040n_{28-41} + 1040n_{28-43} + 1040n_{31-41} \geq 1040 \quad (4.17)$$

Restricción especializada que selecciona el mínimo entre la capacidad de la línea y la potencia neta encerrada para el área 4:

$$270n_{26-27} + 200n_{35-38} + 514.9n_{42-43} + 270n_{27-29} + 514.9n_{40-41} \geq 514.9 \quad (4.18)$$



Restricciones especializadas que utilizan la función techo para el área 1:

$$n_{32-43} + n_{18-19} + n_{20-21} + 2n_{46-10} + 2n_{46-6} + 2n_{46-3} + 2n_{16-28} + n_{19-25} + 2n_{21-25} + n_{25-32} + 2n_{31-32} + n_{32-41} + n_{15-16} + n_{46-11} \geq 2 \quad (4.19.1)$$

$$3n_{32-43} + n_{18-19} + n_{20-21} + 4n_{46-10} + 4n_{46-6} + 3n_{46-3} + 3n_{16-28} + 3n_{19-25} + 4n_{21-25} + 3n_{25-32} + 4n_{31-32} + 3n_{32-41} + n_{15-16} + n_{46-11} \geq 3 \quad (4.19.2)$$

$$3n_{32-43} + n_{18-19} + n_{20-21} + 4n_{46-10} + 4n_{46-6} + 3n_{46-3} + 3n_{16-28} + 3n_{19-25} + 4n_{21-25} + 3n_{25-32} + 4n_{31-32} + 3n_{32-41} + n_{15-16} + n_{46-11} \geq 3 \quad (4.19.3)$$

$$n_{32-43} + n_{18-19} + n_{20-21} + n_{46-10} + n_{46-6} + n_{46-3} + n_{16-28} + n_{19-25} + n_{21-25} + n_{25-32} + n_{31-32} + n_{32-41} + n_{15-16} + n_{46-11} \geq 1 \quad (4.19.4)$$

$$n_{32-43} + n_{18-19} + n_{20-21} + n_{46-10} + n_{46-6} + n_{46-3} + n_{16-28} + n_{19-25} + n_{21-25} + n_{25-32} + n_{31-32} + n_{32-41} + n_{15-16} + n_{46-11} \geq 1 \quad (4.19.5)$$

$$n_{32-43} + n_{18-19} + n_{20-21} + 2n_{46-10} + 2n_{46-6} + n_{46-3} + n_{16-28} + n_{19-25} + 2n_{21-25} + n_{25-32} + 2n_{31-32} + n_{32-41} + n_{15-16} + n_{46-11} \geq 1 \quad (4.19.6)$$

$$n_{32-43} + n_{18-19} + n_{20-21} + 2n_{46-10} + 2n_{46-6} + n_{46-3} + n_{16-28} + n_{19-25} + 2n_{21-25} + n_{25-32} + 2n_{31-32} + n_{32-41} + n_{15-16} + n_{46-11} \geq 1 \quad (4.19.7)$$

$$n_{32-43} + n_{18-19} + n_{20-21} + 2n_{46-10} + 2n_{46-6} + 2n_{46-3} + 2n_{16-28} + n_{19-25} + 2n_{21-25} + n_{25-32} + 2n_{31-32} + n_{32-41} + n_{15-16} + n_{46-11} \geq 2 \quad (4.19.8)$$

$$n_{32-43} + n_{18-19} + n_{20-21} + n_{46-10} + n_{46-6} + n_{46-3} + n_{16-28} + n_{19-25} + n_{21-25} + n_{25-32} + n_{31-32} + n_{32-41} + n_{15-16} + n_{46-11} \geq 1 \quad (4.19.9)$$

$$n_{32-43} + n_{18-19} + n_{20-21} + 2n_{46-10} + 2n_{46-6} + 2n_{46-3} + 2n_{16-28} + n_{19-25} + 2n_{21-25} + n_{25-32} + 2n_{31-32} + n_{32-41} + n_{15-16} + n_{46-11} \geq 2 \quad (4.19.10)$$

$$n_{32-43} + n_{18-19} + n_{20-21} + n_{46-10} + n_{46-6} + n_{46-3} + n_{16-28} + n_{19-25} + n_{21-25} + n_{25-32} + n_{31-32} + n_{32-41} + n_{15-16} + n_{46-11} \geq 1 \quad (4.19.11)$$

$$n_{32-43} + n_{18-19} + n_{20-21} + 2n_{46-10} + 2n_{46-6} + 2n_{46-3} + 2n_{16-28} + n_{19-25} + 2n_{21-25} + n_{25-32} + 2n_{31-32} + n_{32-41} + n_{15-16} + n_{46-11} \geq 2 \quad (4.19.12)$$

$$3n_{32-43} + n_{18-19} + n_{20-21} + 4n_{46-10} + 4n_{46-6} + 3n_{46-3} + 3n_{16-28} + 3n_{19-25} + 4n_{21-25} + 3n_{25-32} + 4n_{31-32} + 3n_{32-41} + n_{15-16} + n_{46-11} \geq 3 \quad (4.19.13)$$

$$3n_{32-43} + n_{18-19} + n_{20-21} + 4n_{46-10} + 4n_{46-6} + 3n_{46-3} + 3n_{16-28} + 3n_{19-25} + 4n_{21-25} + 3n_{25-32} + 4n_{31-32} + 3n_{32-41} + n_{15-16} + n_{46-11} \geq 3 \quad (4.19.13)$$

Restricciones especializadas que utilizan la función techo para el área 2:

$$n_{16-28} + 2n_{31-32} + 2n_{28-30} + n_{28-41} + n_{28-43} + n_{31-41} \geq 1 \quad (4.20.1)$$

$$n_{16-28} + n_{31-32} + n_{28-30} + n_{28-41} + n_{28-43} + n_{31-41} \geq 1 \quad (4.20.2)$$

$$n_{16-28} + n_{31-32} + n_{28-30} + n_{28-41} + n_{28-43} + n_{31-41} \geq 1 \quad (4.20.3)$$

$$2n_{16-28} + 2n_{31-32} + 2n_{28-30} + n_{28-41} + n_{28-43} + 2n_{31-41} \geq 1 \quad (4.20.4)$$

$$2n_{16-28} + 2n_{31-32} + 2n_{28-30} + 2n_{28-41} + n_{28-43} + 2n_{31-41} \geq 1 \quad (4.20.5)$$

$$2n_{16-28} + 2n_{31-32} + 2n_{28-30} + n_{28-41} + n_{28-43} + n_{31-41} \geq 1 \quad (4.20.6)$$

Restricciones especializadas que utilizan la función techo para el área 3:

$$n_{13-20} + n_{18-20} + n_{35-38} + 3n_{20-21} + 3n_{24-25} \geq 4 \quad (4.21.1)$$

$$2n_{13-20} + n_{18-20} + n_{35-38} + 3n_{20-21} + 3n_{24-25} \geq 5 \quad (4.21.2)$$

$$2n_{13-20} + n_{18-20} + n_{35-38} + 3n_{20-21} + 3n_{24-25} \geq 5 \quad (4.21.3)$$

$$n_{13-20} + n_{18-20} + n_{35-38} + n_{20-21} + n_{24-25} \geq 2 \quad (4.21.4)$$

$$n_{13-20} + n_{18-20} + n_{35-38} + n_{20-21} + n_{24-25} \geq 2 \quad (4.21.5)$$

Restricciones especializadas que utilizan la función techo para el área 4:

$$n_{26-27} + n_{35-38} + 3n_{42-43} + n_{27-29} + 3n_{40-41} \geq 2 \quad (4.22.1)$$

$$2n_{26-27} + n_{35-38} + 3n_{42-43} + 2n_{27-29} + 3n_{40-41} \geq 3 \quad (4.22.2)$$

$$n_{26-27} + n_{35-38} + n_{42-43} + n_{27-29} + n_{40-41} \geq 1 \quad (4.22.3)$$

$$n_{26-27} + n_{35-38} + 3n_{42-43} + n_{27-29} + 3n_{40-41} \geq 2 \quad (4.22.4)$$

$$n_{26-27} + n_{35-38} + n_{42-43} + n_{27-29} + n_{40-41} \geq 1 \quad (4.22.5)$$

Al igual que las restricciones para nodos, las restricciones especializadas que utilizan la función techo presentan restricciones redundantes, por lo que se evalúa cuando estas son o no incluidas en los modelos matemáticos. Para adicionar las restricciones al modelo lineal disyuntivo sólo es necesario realizar la consideración

$$\text{de que } n_{ij} = \sum_{k=1}^{n_{\max}} y_{ijk} \cdot$$

### 4.3.1 MODELO DE TRANSPORTES

#### 4.3.1.1 Restricción especializada estándar

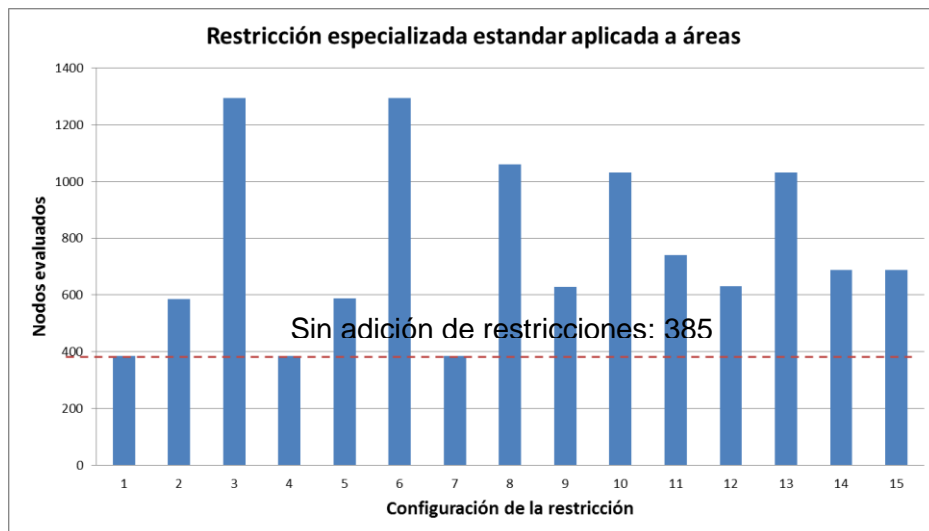


Figura 36: Número de nodos evaluados por el B & C por configuración para la forma estándar aplicada a las áreas del sistema Sur Brasileiro modelado mediante el modelo de transportes.

La restricción especializada estándar aplicada a las áreas del sistema Sur Brasileiro no ayudaron a mejorar, para este caso en la disminución del número de nodos evaluados por el B & C o iteraciones simplex, indicando esto que este modelo es poco sensible a la adición de nuevas restricciones en esta forma. Esto se puede evidencia en las figuras 36 y 37, donde los valores siempre estuvieron por encima del valor de referencia, este hecho se puede observar también en la tabla 26.

Usando el <i>solver</i> CPLEX para el modelo de transportes (Sbase=5MW)	Usando la forma estándar					
Configuración de la restricción	Nodos evaluados por el B & C	Mejora en cantidad de nodos B & C evaluados (%)	MIP iteraciones simplex	Mejora en cantidad de iteraciones simplex (%)	Tiempo (s)	Costo de inversión [10 <sup>6</sup> US \$]
1. Agregando la restricción al área 1	385	0,00	1849	-0,11	0,35	127272
2. Agregando la restricción al área 2	586	-52,21	3394	-83,76	0,47	127272
3. Agregando la restricción al área 3	1295	-236,36	6892	-273,15	0,682	127272
4. Agregando la restricción al área 4	386	-0,26	1892	-2,44	0,351	127272
5. Mezclando a las áreas 1 y 2	587	-52,47	3356	-81,70	0,547	127272
6. Mezclando a las áreas 1 y 3	1295	-236,36	6886	-272,82	0,68	127272
7. Mezclando a las áreas 1 y 4	386	-0,26	1898	-2,76	0,358	127272
8. Mezclando a las áreas 2 y 3	1061	-175,58	5267	-185,17	0,604	127272
9. Mezclando a las áreas 2 y 4	629	-63,38	3688	-99,68	0,498	127272
10. Mezclando a las áreas 3 y 4	1032	-168,05	5880	-218,35	0,623	127272
11. Mezclando a las áreas 1, 2 y 3	741	-92,47	3882	-110,18	0,504	127272
12. Mezclando a las áreas 1, 2 y 4	630	-63,64	3654	-97,83	0,482	127272
13. Mezclando a las áreas 1, 3 y 4	1032	-168,05	5877	-218,19	0,621	127272
14. Mezclando a las áreas 2, 3 y 4	688	-78,70	3814	-106,50	0,494	127272
15. Mezclando a todas las áreas	689	-78,96	3812	-106,39	0,497	127272

Tabla 26: Desempeño de la restricción especializada en la forma estándar aplicada a las áreas del sistema Sur Brasileiro modelado mediante el modelo de transportes.

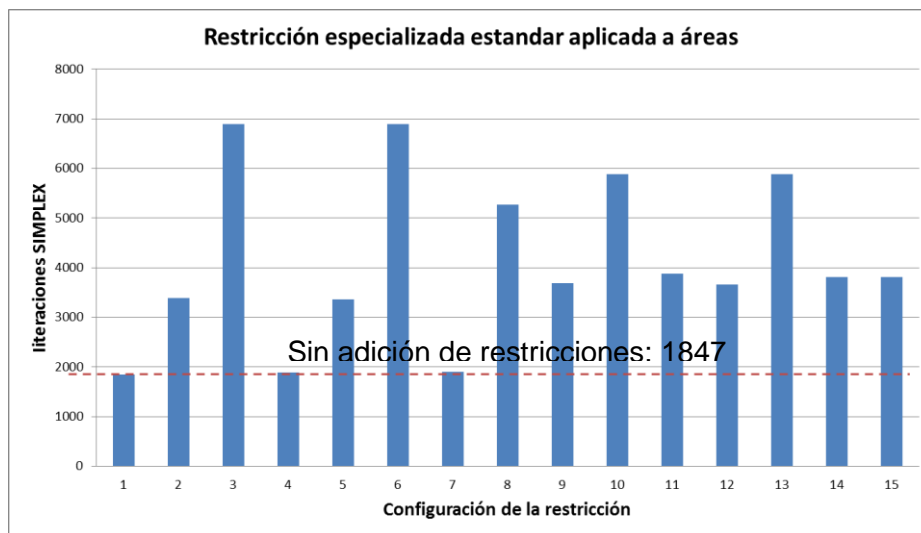


Figura 37: Número de iteraciones simplex por configuración para la forma estándar aplicada a las áreas del sistema Sur Brasileiro modelado mediante el modelo de transportes.

#### 4.3.1.2 Restricción especializada que selecciona el mínimo entre la capacidad de la línea y la potencia neta encerrada

Al igual que la forma anterior la restricción especializada no logró mejorar el valor de referencia, además este caso presentó los mismo valores obtenidos para el caso anterior, por lo que esta restricción es equivalente a la anterior en el corte producido al espacio solución.

#### 4.3.1.3 Restricciones especializadas que utilizan la función techo

En las tablas 27 y 28 se puede observar que la inclusión de las restricciones especializadas en esta forma con y sin las restricciones redundantes no produce un efecto positivo, pues en todos los casos fue mayor el número de nodos e iteraciones simplex, esto se puede apreciar gráficamente en las figuras 38 y 39 donde siempre estuvo por encima del valor de referencia. Las restricciones especializadas con y sin restricciones redundantes presentaron la misma característica de nodos evaluados por el B & C e iteraciones simplex, diferenciándose por muy poco, por lo que se considera que presentaron el mismo efecto.

Usando el <i>solver</i> CPLEX para el modelo de transportes (Sbase=5MW)	Restricción especializada que utiliza la función techo (forma 2)					
Configuración de la restricción	Nodos evaluados por el B & C	Mejora en cantidad de nodos B & C evaluados (%)	MIP iteraciones simplex	Mejora en cantidad de iteraciones simplex (%)	Tiempo (s)	Costo de inversión [10 <sup>6</sup> US \$]
1. Agregando la restricción al área 1	385	0,00	1850	-0,16	0,355	127272
2. Agregando la restricción al área 2	591	-53,51	3410	-84,62	0,47	127272
3. Agregando la restricción al área 3	797	-107,01	4282	-131,84	0,553	127272
4. Agregando la restricción al área 4	386	-0,26	1888	-2,22	0,361	127272
5. Mezclando a las áreas 1 y 2	677	-75,84	3668	-98,59	0,504	127272
6. Mezclando a las áreas 1 y 3	790	-105,19	4300	-132,81	0,56	127272
7. Mezclando a las áreas 1 y 4	386	-0,26	1892	-2,44	0,361	127272
8. Mezclando a las áreas 2 y 3	891	-131,43	4894	-164,97	0,578	127272
9. Mezclando a las áreas 2 y 4	668	-73,51	3644	-97,29	0,512	127272
10. Mezclando a las áreas 3 y 4	971	-152,21	4880	-164,21	0,577	127272
11. Mezclando a las áreas 1, 2 y 3	891	-131,43	4906	-165,62	0,593	127272
12. Mezclando a las áreas 1, 2 y 4	682	-77,14	3709	-100,81	0,533	127272
13. Mezclando a las áreas 1, 3 y 4	780	-102,60	4301	-132,86	0,544	127272
14. Mezclando a las áreas 2, 3 y 4	891	-131,43	4902	-165,40	0,586	127272
15. Mezclando a todas las áreas	891	-131,43	4900	-165,30	0,583	127272

Tabla 27: Desempeño de la restricción especializada en la forma 2 aplicada a las áreas del sistema Sur Brasileiro modelado mediante el modelo de transportes.

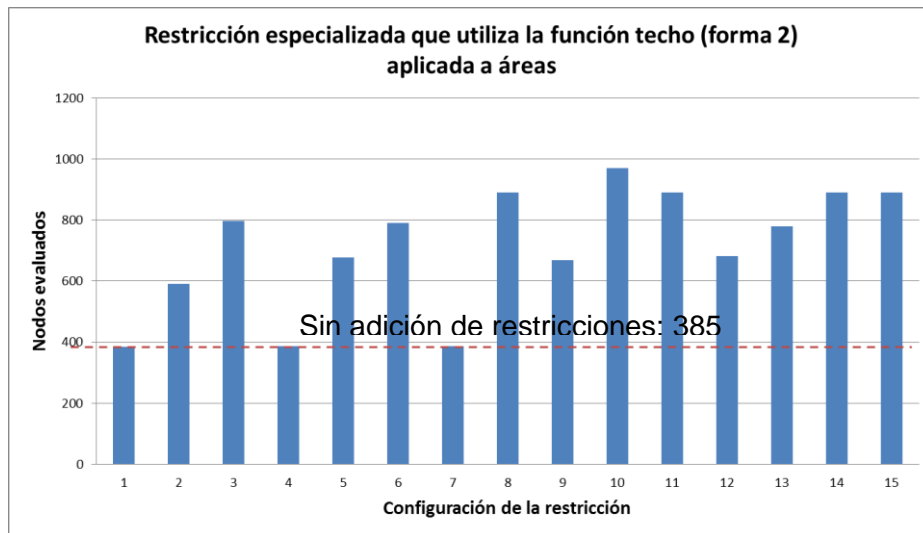


Figura 38: Número de nodos evaluados por el B & C por configuración para la forma 2 aplicada a las áreas del sistema Sur Brasileiro modelado mediante el modelo de transportes.

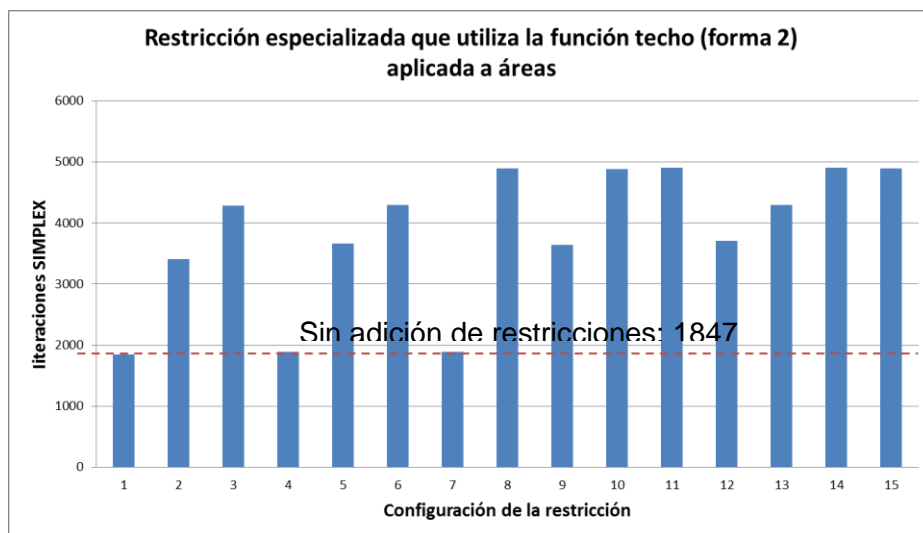


Figura 39: Número de iteraciones simplex por configuración para la forma 2 en áreas del sistema Sur Brasileiro modelado mediante el modelo de transportes.

Usando el <i>solver</i> CPLEX para el modelo de transportes (Sbase=5MW)	Restricción especializada que utiliza la función techo y que elimina las restricciones redundantes					
Configuración de la restricción	Nodos evaluados por el B & C	Mejora en cantidad de nodos B & C evaluados (%)	MIP iteraciones simplex	Mejora en cantidad de iteraciones simplex (%)	Tiempo (s)	Costo de inversión [10 <sup>6</sup> US \$]
1. Agregando la restricción al área 1	385	0,00	1850	-0,16	0,368	127272
2. Agregando la restricción al área 2	590	-53,25	3408	-84,52	0,473	127272
3. Agregando la restricción al área 3	797	-107,01	4282	-131,84	0,556	127272
4. Agregando la restricción al área 4	386	-0,26	1888	-2,22	0,361	127272
5. Mezclando a las áreas 1 y 2	666	-72,99	3640	-97,08	0,495	127272
6. Mezclando a las áreas 1 y 3	790	-105,19	4300	-132,81	0,558	127272
7. Mezclando a las áreas 1 y 4	386	-0,26	1892	-2,44	0,355	127272
8. Mezclando a las áreas 2 y 3	891	-131,43	4894	-164,97	0,596	127272
9. Mezclando a las áreas 2 y 4	665	-72,73	3635	-96,81	0,515	127272
10. Mezclando a las áreas 3 y 4	971	-152,21	4880	-164,21	0,575	127272
11. Mezclando a las áreas 1, 2 y 3	891	-131,43	4906	-165,62	0,583	127272
12. Mezclando a las áreas 1, 2 y 4	669	-73,77	3646	-97,40	0,516	127272
13. Mezclando a las áreas 1, 3 y 4	780	-102,60	4301	-132,86	0,552	127272
14. Mezclando a las áreas 2, 3 y 4	891	-131,43	4902	-165,40	0,578	127272
15. Mezclando a todas las áreas	891	-131,43	4900	-165,30	0,586	127272

Tabla 28: Desempeño de la restricción especializada en la forma 2 eliminando las restricciones redundantes aplicadas a las áreas del sistema Sur Brasileiro modelado mediante el modelo de transportes.



## 4.3.2 MODELO HÍBRIDO LINEAL

### 4.3.2.1 Restricción especializada estándar

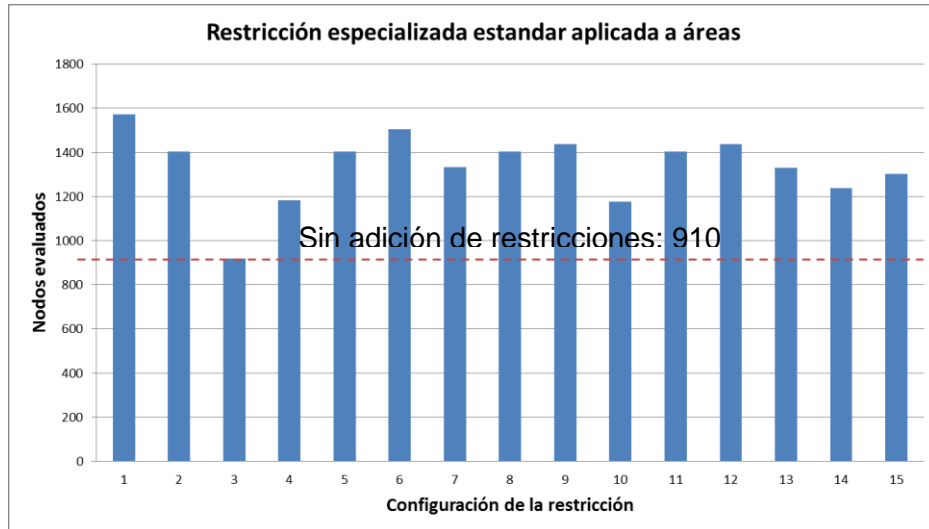


Figura 40: Número de nodos evaluados por el B & C por configuración para la forma estándar en áreas del sistema Sur Brasileiro modelado mediante el modelo de híbrido lineal.

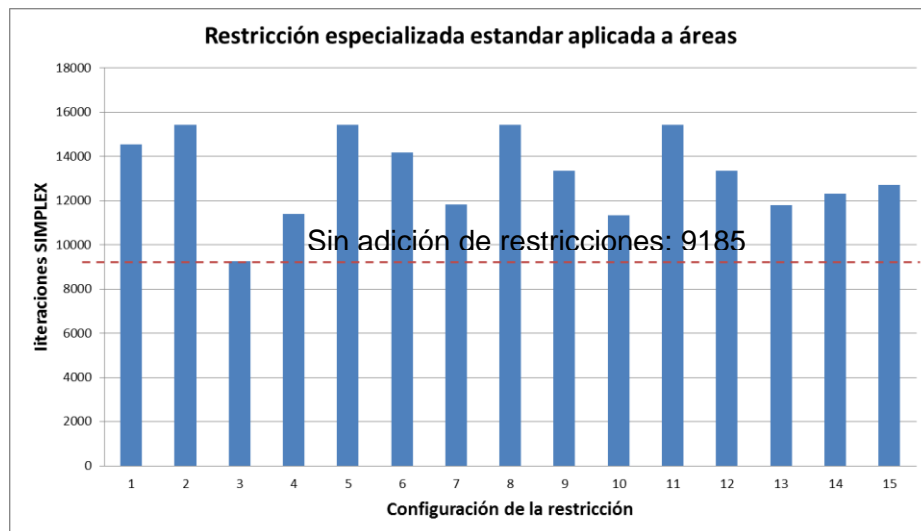


Figura 41: Número de iteraciones simplex por configuración para la forma estándar en áreas del sistema Sur Brasileiro modelado mediante el modelo híbrido lineal.

Usando el <i>solver</i> CPLEX para el modelo híbrido lineal (Sbase=200MW)	Usando la forma estándar					
Configuración de la restricción	Nodos evaluados por el B & C	Mejora en cantidad de nodos B & C evaluados (%)	MIP iteraciones simplex	Mejora en cantidad de iteraciones simplex (%)	Tiempo (s)	Costo de inversión [10 <sup>6</sup> US \$]
1. Agregando la restricción al área 1	1571	-72,64	14542	-58,32	1,154	141350
2. Agregando la restricción al área 2	1402	-54,07	15423	-67,92	1,138	141350
3. Agregando la restricción al área 3	919	-0,99	9269	-0,91	0,889	141350
4. Agregando la restricción al área 4	1182	-29,89	11391	-24,02	0,998	141350
5. Mezclando a las áreas 1 y 2	1403	-54,18	15424	-67,93	1,107	141350
6. Mezclando a las áreas 1 y 3	1503	-65,16	14176	-54,34	1,076	141350
7. Mezclando a las áreas 1 y 4	1334	-46,59	11806	-28,54	1,029	141350
8. Mezclando a las áreas 2 y 3	1403	-54,18	15424	-67,93	1,108	141350
9. Mezclando a las áreas 2 y 4	1436	-57,80	13334	-45,17	1,03	141350
10. Mezclando a las áreas 3 y 4	1177	-29,34	11333	-23,39	1,014	141350
11. Mezclando a las áreas 1, 2 y 3	1404	-54,29	15423	-67,92	1,138	141350
12. Mezclando a las áreas 1, 2 y 4	1436	-57,80	13336	-45,19	1,029	141350
13. Mezclando a las áreas 1, 3 y 4	1329	-46,04	11784	-28,30	1,045	141350
14. Mezclando a las áreas 2, 3 y 4	1237	-35,93	12294	-33,85	0,952	141350
15. Mezclando a todas las áreas	1301	-42,97	12712	-38,40	0,967	141350

Tabla 29: Desempeño de la restricción especializada en la forma estándar aplicada a las áreas del sistema Sur Brasileiro modelado mediante el modelo híbrido lineal.

Las figuras 40 y 41 muestran el desempeño de la restricción especializada en la forma estándar aplicada al modelo híbrido lineal para cada una de las áreas. Se puede observar que la adición de la restricción aumento en supero en todos los casos el valor de referencia, indicando esto que la restricción causo que el *solver* encontrara con mayor dificultad el óptimo global. Los resultados obtenidos son presentados en la tabla 29.

#### 4.3.2.2 Restricción especializada que selecciona el mínimo entre la capacidad de la línea y la potencia neta encerrada

Esta forma de la restricción presento los mismos resultados obtenidos con la restricción anterior, por lo que ambas restricciones son equivalentes para este modelo y sistema de prueba.

#### 4.3.2.3 Restricciones especializadas que utilizan la función techo

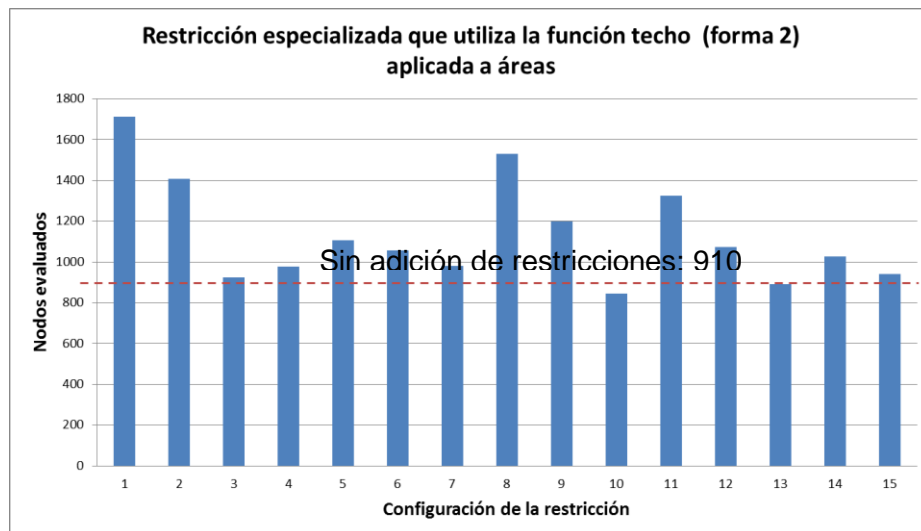


Figura 42: Número de nodos evaluados por el B & C por configuración para la forma 2 en áreas del sistema Sur Brasileiro modelado mediante el modelo híbrido lineal.

Esta forma de la restricción en algunos casos logro mejorar la solución de referencia, esto se puede observar en las figuras 42 y 43. En la tabla 30 se presenta el desempeño cuando no se eliminan las restricciones redundantes, se puede observar que las configuraciones 10 y 13 fueron las únicas que lograron obtener una mejoría. La configuración 10 corresponde a las áreas 3 y 4 que son

ambas áreas de demanda del sistema, la configuración 13 corresponde a las mismas áreas adicionando el área 1 que es un área de generación.

Usando el <i>solver</i> CPLEX para el modelo híbrido lineal (Sbase=200MW)	Restricción especializada que utiliza la función techo (forma 2)					
Configuración de la restricción	Nodos evaluados por el B & C	Mejora en cantidad de nodos B & C evaluados (%)	MIP iteraciones simplex	Mejora en cantidad de iteraciones simplex (%)	Tiempo (s)	Costo de inversión [10 <sup>6</sup> US \$]
1. Agregando la restricción al área 1	1711	-88,02	16991	-84,99	1,233	141350
2. Agregando la restricción al área 2	1407	-54,62	15444	-68,14	1,123	141350
3. Agregando la restricción al área 3	924	-1,54	9290	-1,14	0,843	141350
4. Agregando la restricción al área 4	977	-7,36	9297	-1,22	0,843	141350
5. Mezclando a las áreas 1 y 2	1107	-21,65	10760	-17,15	0,967	141350
6. Mezclando a las áreas 1 y 3	1056	-16,04	9276	-0,99	0,92	141350
7. Mezclando a las áreas 1 y 4	979	-7,58	9331	-1,59	0,858	141350
8. Mezclando a las áreas 2 y 3	1531	-68,24	16606	-80,79	1,138	141350
9. Mezclando a las áreas 2 y 4	1199	-31,76	13295	-44,75	0,967	141350
10. Mezclando a las áreas 3 y 4	846	7,03	8834	3,82	0,843	141350
11. Mezclando a las áreas 1, 2 y 3	1326	-45,71	13222	-43,95	1,174	141350
12. Mezclando a las áreas 1, 2 y 4	1072	-17,80	11205	-21,99	0,953	141350
13. Mezclando a las áreas 1, 3 y 4	891	2,09	9358	-1,88	0,99	141350
14. Mezclando a las áreas 2, 3 y 4	1027	-12,86	9984	-8,70	0,906	141350
15. Mezclando a todas las áreas	941	-3,41	9273	-0,96	0,925	141350

Tabla 30: Desempeño de la restricción especializada en la forma 2 aplicada a las áreas del sistema Sur Brasileiro modelado mediante el modelo híbrido lineal.

Usando el <i>solver</i> CPLEX para el modelo híbrido lineal (Sbase=200MW)	Restricción especializada que utiliza la función techo y que elimina las restricciones redundantes					
Configuración de la restricción	Nodos evaluados por el B & C	Mejora en cantidad de nodos B & C evaluados (%)	MIP iteraciones simplex	Mejora en cantidad de iteraciones simplex (%)	Tiempo (s)	Costo de inversión [10 <sup>6</sup> US \$]
1. Agregando la restricción al área 1	1711	-88,02	16991	-84,99	1,268	141350
2. Agregando la restricción al área 2	1406	-54,51	15442	-68,12	1,172	141350
3. Agregando la restricción al área 3	922	-1,32	9286	-1,10	0,87	141350
4. Agregando la restricción al área 4	977	-7,36	9297	-1,22	0,944	141350
5. Mezclando a las áreas 1 y 2	1096	-20,44	10724	-16,76	0,979	141350
6. Mezclando a las áreas 1 y 3	1055	-15,93	9275	-0,98	0,961	141350
7. Mezclando a las áreas 1 y 4	979	-7,58	9331	-1,59	0,959	141350
8. Mezclando a las áreas 2 y 3	1531	-68,24	16606	-80,79	1,26	141350
9. Mezclando a las áreas 2 y 4	1196	-31,43	13229	-44,03	1,116	141350
10. Mezclando a las áreas 3 y 4	842	7,47	8818	4,00	0,995	141350
11. Mezclando a las áreas 1, 2 y 3	1326	-45,71	13222	-43,95	1,272	141350
12. Mezclando a las áreas 1, 2 y 4	1059	-16,37	11028	-20,07	0,968	141350
13. Mezclando a las áreas 1, 3 y 4	881	3,19	9229	-0,48	1,05	141350
14. Mezclando a las áreas 2, 3 y 4	1022	-12,31	9977	-8,62	0,945	141350
15. Mezclando a todas las áreas	966	-6,15	9493	-3,35	0,989	141350

Tabla 31: Desempeño de la restricción especializada en la forma 2 eliminando las restricciones redundantes aplicadas a las áreas del sistema Sur Brasileiro modelado mediante el modelo híbrido lineal.

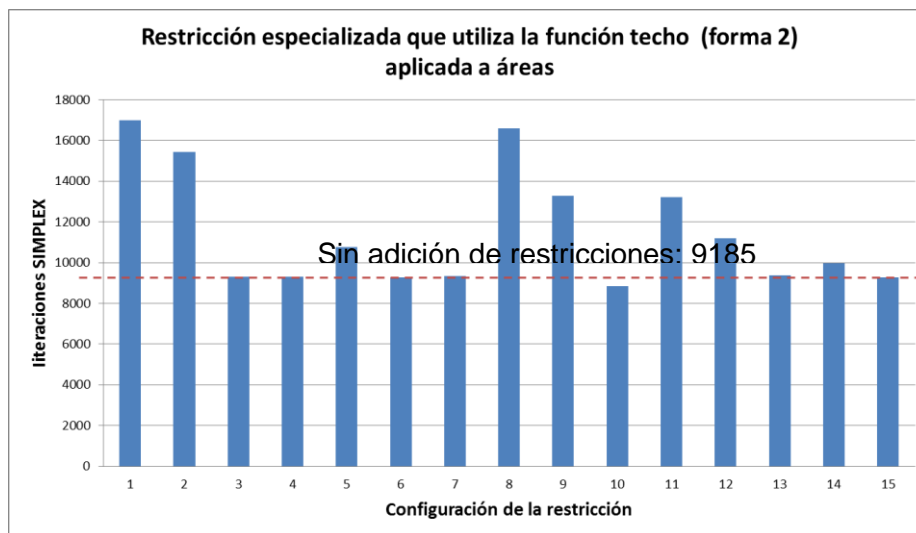


Figura 43: Número de iteraciones simplex por configuración para la forma 2 en áreas del sistema Sur Brasileiro modelado mediante el modelo híbrido lineal.

La tabla 31 presenta los resultados correspondientes a las restricciones cuando se eliminan aquellas que son redundantes, se puede observar que se presenta una ligera mejora con respecto al caso anterior. Siendo mejor la mejora dada por la configuración 10, con una disminución del 7.47% en los nodos evaluados por el B & C y un 4% en las iteraciones simplex. Se puede observar entonces que para este modelo con la aplicación de esta restricción es más importante cuando se aplica a todas las áreas de carga del sistema o si se combina con aquella zona que presenta un elevado nivel de generación atrapada.

### 4.3.3 MODELO LINEAL DISYUNTIVO

#### 4.3.3.1 Restricción especializada estándar

Para el modelo linear disyuntivo se logró mejorar las cantidades de nodos evaluados por el B & C e iteraciones simplex cuando se aplicó la restricción especializada sobre las configuraciones 1 y 5. La configuración 1 presentó una pequeña mejoría en el número de nodos evaluados por el B & C pero aumento el número de iteraciones simplex, al combinar esta área con el área 2 se logró mejorar en mayor medida la eficacia de la técnica de solución, esta combinación corresponde a la configuración 5, obteniendo una mejora del 11.61% en el número de nodos evaluados por el B & C y del 20.63% en el número de iteraciones simplex. Se puede observar además que en las configuraciones 3, 4, 10 y 12 se perdió la solución óptima del problema, este hecho otra vez sustentado bajo el factor M en la segunda ley de Kirchhoff.

Usando el <i>solver</i> CPLEX para el modelo lineal disyuntivo (Sbase=200MW)	Usando la forma estándar					
Configuración de la restricción	Nodos evaluados por el B & C	Mejora en cantidad de nodos B & C evaluados (%)	MIP iteraciones simplex	Mejora en cantidad de iteraciones simplex (%)	Tiempo (s)	Costo de inversión [10 <sup>6</sup> US \$]
1. Agregando la restricción al área 1	4416	3,66	237986	-5,04	92,804	154420
2. Agregando la restricción al área 2	8745	-90,77	446111	-96,91	158,918	154420
3. Agregando la restricción al área 3	1372	N/A	76925	N/A	35,568	142571
4. Agregando la restricción al área 4	2916	N/A	130919	N/A	51,152	152885
5. Mezclando a las áreas 1 y 2	4052	11,61	179821	20,63	81,135	154420
6. Mezclando a las áreas 1 y 3	6154	-34,25	351670	-55,22	151,57	154420
7. Mezclando a las áreas 1 y 4	7667	-67,26	361620	-59,61	130,853	154420
8. Mezclando a las áreas 2 y 3	5374	-17,23	266505	-17,63	86,237	154420
9. Mezclando a las áreas 2 y 4	8068	-76,00	412338	-82,00	132,367	154420
10. Mezclando a las áreas 3 y 4	869	N/A	50469	N/A	32,573	142571
11. Mezclando a las áreas 1, 2 y 3	7171	-56,44	344714	-52,15	129,23	154420
12. Mezclando a las áreas 1, 2 y 4	1737	N/A	81179	N/A	32,011	150167
13. Mezclando a las áreas 1, 3 y 4	5108	-11,43	263744	-16,41	110,401	154420
14. Mezclando a las áreas 2, 3 y 4	5093	-11,10	233752	-3,17	81,744	154420
15. Mezclando a todas las áreas	5093	-11,10	233752	-3,17	82,165	154420

Tabla 32: Desempeño de la restricción especializada en la forma estándar aplicada a las áreas del sistema Sur Brasileiro modelado mediante el modelo lineal disyuntivo.

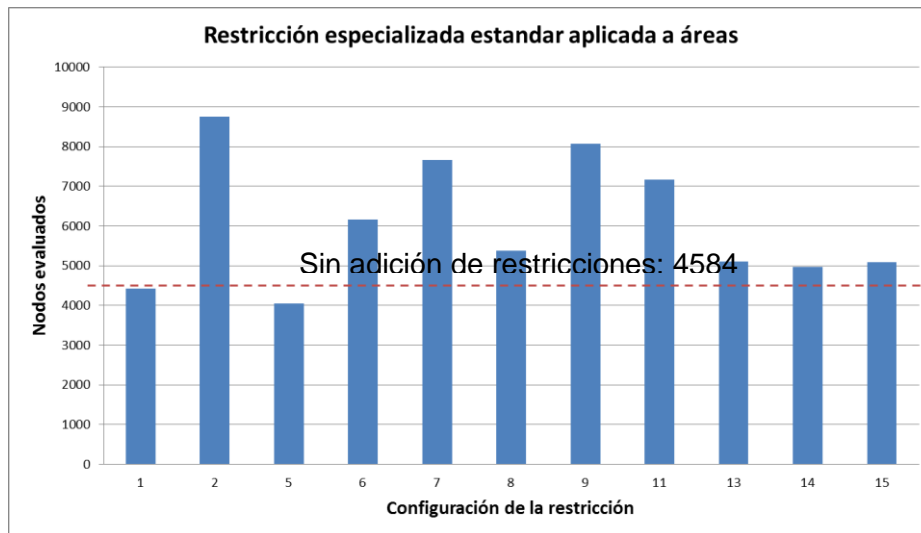


Figura 44: Número de nodos evaluados por el B & C por configuración para la forma estándar en áreas del sistema Sur Brasileiro modelado mediante el modelo lineal disyuntivo.

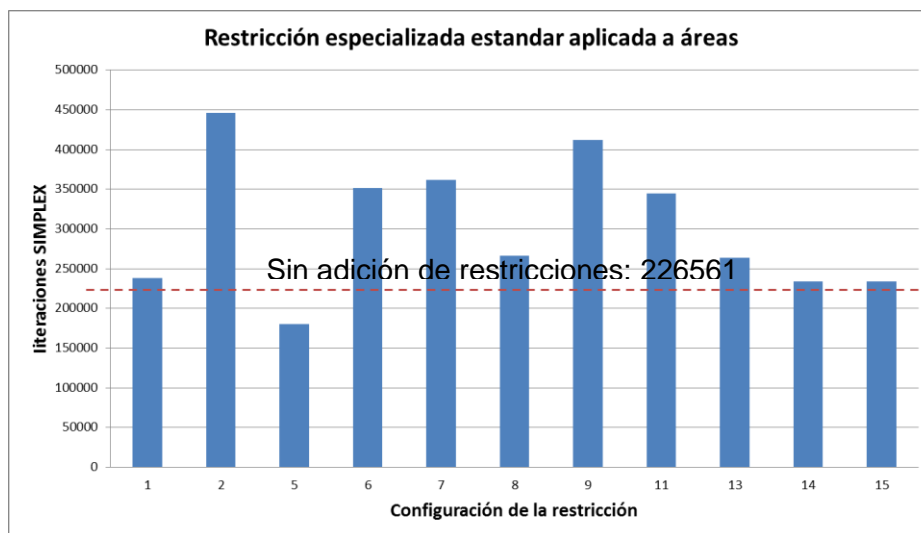


Figura 45: Número de iteraciones simplex por configuración para la forma estándar en áreas del sistema Sur Brasileiro modelado mediante el modelo lineal disyuntivo.

#### 4.3.3.2 Restricción especializada que selecciona el mínimo entre la capacidad de la línea y la potencia neta encerrada

Para este caso la aplicación de esta forma de la restricción especializada entrego los mismos resultados obtenidos para el numeral anterior.



#### 4.3.3.3 Restricciones especializadas que utilizan la función techo

Usando el <i>solver</i> CPLEX para el modelo lineal disyuntivo (Sbase=200MW)	Restricción especializada que utiliza la función techo (forma 2)					
Configuración de la restricción	Nodos evaluados por el B & C	Mejora en cantidad de nodos B & C evaluados (%)	MIP iteraciones simplex	Mejora en cantidad de iteraciones simplex (%)	Tiempo (s)	Costo de inversión [10 <sup>6</sup> US \$]
1. Agregando la restricción al área 1	5083	-10,89	225687	0,39	77,044	154420
2. Agregando la restricción al área 2	8750	-90,88	446170	-96,93	166,8	154420
3. Agregando la restricción al área 3	6362	-38,79	316936	-39,89	108,943	154420
4. Agregando la restricción al área 4	4254	7,20	239302	-5,62	83,695	154420
5. Mezclando a las áreas 1 y 2	3590	21,68	156323	31,00	60,482	154420
6. Mezclando a las áreas 1 y 3	8179	-78,42	473751	-109,11	149,562	154420
7. Mezclando a las áreas 1 y 4	5018	-9,47	246995	-9,02	99,104	154420
8. Mezclando a las áreas 2 y 3	4238	7,55	202459	10,64	69,686	154420
9. Mezclando a las áreas 2 y 4	4880	-6,46	243023	-7,27	91,777	154420
10. Mezclando a las áreas 3 y 4	3941	14,03	213174	5,91	101,662	154420
11. Mezclando a las áreas 1, 2 y 3	7233	-57,79	403644	-78,16	138,166	154420
12. Mezclando a las áreas 1, 2 y 4	6067	-32,35	314433	-38,79	123,744	154420
13. Mezclando a las áreas 1, 3 y 4	5390	-17,58	267690	-18,15	95,718	154420
14. Mezclando a las áreas 2, 3 y 4	3646	20,46	175360	22,60	71,852	154420
15. Mezclando a todas las áreas	8065	-75,94	492908	-117,56	161,934	154420

Tabla 33: Desempeño de la restricción especializada en la forma 2 aplicada a las áreas del sistema Sur Brasileiro modelado mediante el modelo lineal disyuntivo.

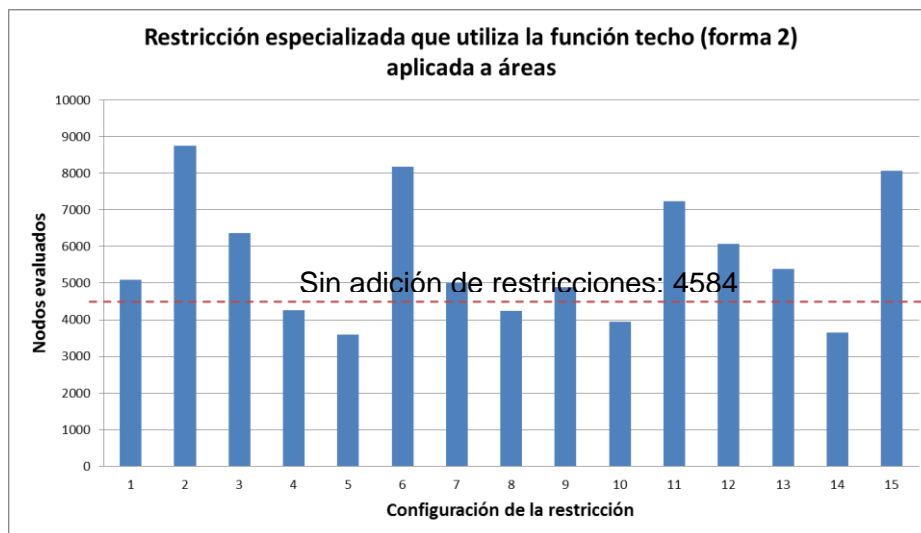


Figura 46: Número de nodos evaluados por el B & C por configuración para la forma 2 en áreas del sistema Sur Brasileiro modelado mediante el modelo lineal disyuntivo.

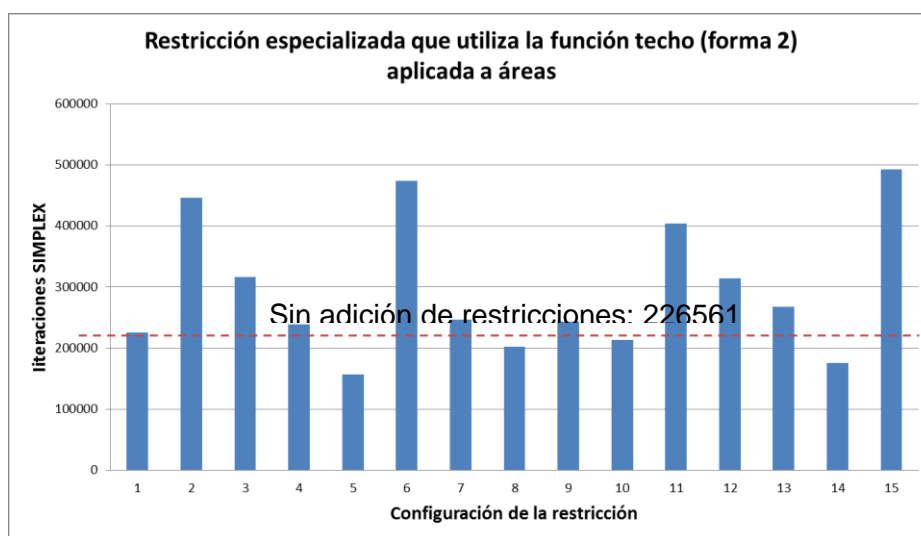


Figura 47: Número de iteraciones simplex por configuración para la forma 2 en áreas del sistema Sur Brasileiro modelado mediante el modelo lineal disyuntivo.

La tabla 33 muestra los resultados obtenidos al agregar la restricción especializada que utiliza la función techo sin eliminar las restricciones redundantes. En las figuras 46 y 47 se observa de manera gráfica estos resultados. Para 5 configuraciones en la tabla se logró disminuir el número de nodos evaluados por el B & C e iteraciones simplex. La mejora más destacable la produce la configuración 5 que comprende las áreas 1 y 2, con una mejora del 21.68% en el número de nodos evaluados por el B & C y 31% en iteraciones

simplex. Se observa en las figuras que solo 5 barras están por debajo del valor de referencia.

Usando el <i>solver</i> CPLEX para el modelo lineal disyuntivo (Sbase=200MW)	Restricción especializada que utiliza la función techo y que elimina las restricciones redundantes					
Configuración de la restricción	Nodos evaluados por el B & C	Mejora en cantidad de nodos B & C evaluados (%)	MIP iteraciones simplex	Mejora en cantidad de iteraciones simplex (%)	Tiempo (s)	Costo de inversión [10 <sup>6</sup> US \$]
1. Agregando la restricción al área 1	5846	-27,53	307666	-35,80	109,258	154420
2. Agregando la restricción al área 2	8749	-90,86	446169	-96,93	167,335	154420
3. Agregando la restricción al área 3	6362	-38,79	316936	-39,89	110,137	154420
4. Agregando la restricción al área 4	5745	-25,33	264925	-16,93	93,457	154420
5. Mezclando a las áreas 1 y 2	3590	21,68	156323	31,00	60,104	154420
6. Mezclando a las áreas 1 y 3	8197	-78,82	473751	-109,11	151,239	154420
7. Mezclando a las áreas 1 y 4	4870	-6,24	231539	-2,20	74,789	154420
8. Mezclando a las áreas 2 y 3	4235	7,61	202346	10,69	69,455	154420
9. Mezclando a las áreas 2 y 4	4877	-6,39	242768	-7,15	89,908	154420
10. Mezclando a las áreas 3 y 4	6971	-52,07	396672	-75,08	144,136	154420
11. Mezclando a las áreas 1, 2 y 3	7233	-57,79	403644	-78,16	138,128	154420
12. Mezclando a las áreas 1, 2 y 4	1054	N/A	68787	N/A	48,143	146674
13. Mezclando a las áreas 1, 3 y 4	3748	18,24	197732	12,72	73,296	154420
14. Mezclando a las áreas 2, 3 y 4	4125	10,01	182684	19,37	80,899	154420
15. Mezclando a todas las áreas	7009	-52,90	348402	-53,78	116,075	154420

Tabla 34: Desempeño de la restricción especializada en la forma 2 eliminando las restricciones redundantes aplicadas a las áreas del sistema Sur Brasileiro modelado mediante el modelo lineal disyuntivo.

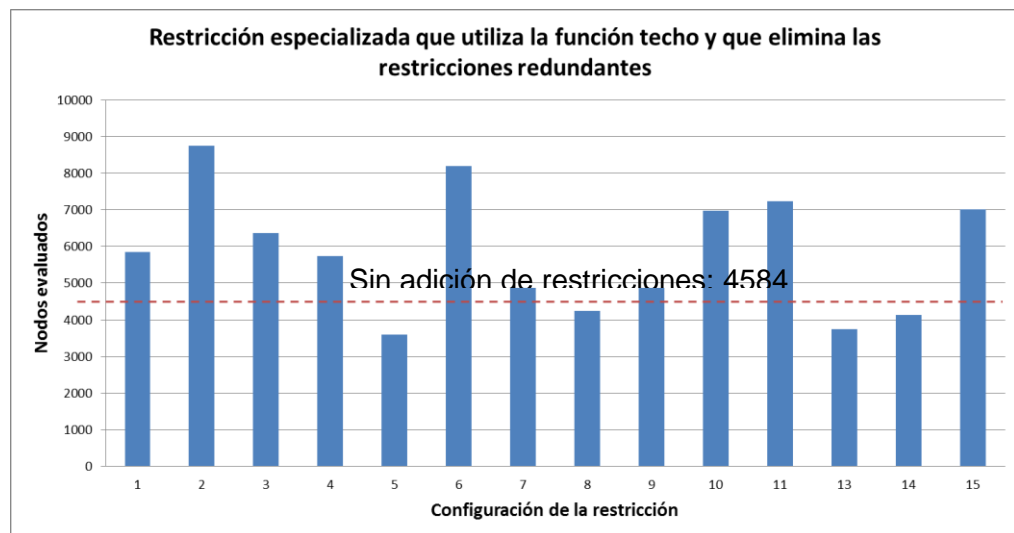


Figura 48: Número de nodos evaluados por el B & C por configuración para la forma 2 eliminando las restricciones redundantes aplicadas a áreas del sistema Sur Brasileiro modelado mediante el modelo lineal disyuntivo.

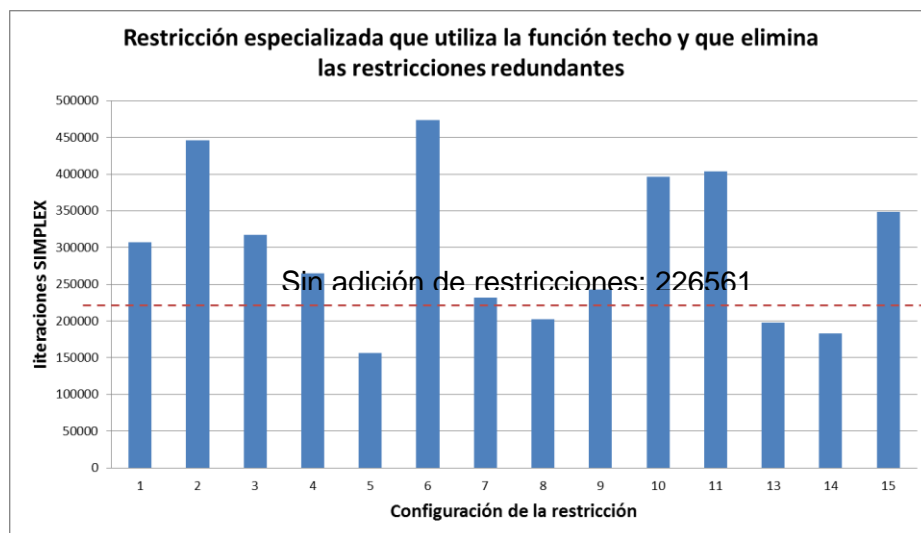


Figura 49: Número de iteraciones simplex por configuración para la forma 2 eliminando las restricciones redundantes aplicadas a áreas del sistema Sur Brasileiro modelado mediante el modelo lineal disyuntivo.

En la tabla 34 se muestran los resultados cuando se eliminan las restricciones redundantes. En este caso solo 4 configuraciones produjeron una mejoría. Además la configuración 12 no alcanzó a lograr obtener el óptimo global del problema. En las figuras 48 y 49 se observa en qué medida se logró disminuir el número de iteraciones y nodos evaluados por el B & C. Para este caso al igual que el caso anterior se obtuvo la misma mejora máxima con la configuración 5.

Además se observa en la tabla que las configuraciones 4 y 10 no realizan ninguna mejora a diferencia de la tabla anterior, además en esta tabla se produce mejoría mediante la configuración 13.

#### 4.3.4 MODELO DC

##### 4.3.4.1 Restricción especializada estándar

Usando el <i>solver</i> Knitro para el modelo lineal DC (Sbase=300MW)	Usando la forma estándar			
Configuración de la restricción	Nodos evaluados por el B & C	Mejora en cantidad de nodos B & C evaluados (%)	Tiempo (s)	Costo de inversión [10 <sup>6</sup> US \$]
1. Agregando la restricción al área 1	2168	-51,61	186,014	154420
2. Agregando la restricción al área 2	2323	N/A	211,712	157304
3. Agregando la restricción al área 3	3104	N/A	284,663	160082
4. Agregando la restricción al área 4	1732	-21,12	140,608	154420
5. Mezclando a las áreas 1 y 2	1602	-12,03	165,614	154420
6. Mezclando a las áreas 1 y 3	2236	-56,36	187,36	154420
7. Mezclando a las áreas 1 y 4	1900	-32,87	169,031	154420
8. Mezclando a las áreas 2 y 3	1930	-34,97	153,602	154420
9. Mezclando a las áreas 2 y 4	2540	N/A	233,405	157304
10. Mezclando a las áreas 3 y 4	1987	-38,95	183,999	154420
11. Mezclando a las áreas 1, 2 y 3	1978	-38,32	181,774	154420
12. Mezclando a las áreas 1, 2 y 4	1789	-25,10	214,656	154420
13. Mezclando a las áreas 1, 3 y 4	2012	-40,70	186,501	154420
14. Mezclando a las áreas 2, 3 y 4	4206	-194,13	429,574	154420
15. Mezclando a todas las áreas	2218	-55,10	184,309	154420

Tabla 35: Desempeño de la restricción especializada en la forma estándar aplicada a las áreas del sistema Sur Brasileiro modelado mediante el modelo DC.

En la tabla 35 se puede observar que la aplicación de esta restricción al modelo DC presenta un aumento en el número de nodos evaluados por el B & C, además se pierde la solución óptima del problema en 3 configuraciones. Este hecho se puede observar también en la figura 50 donde solo se presentan las configuraciones que lograron llegar al óptimo, en todos los casos siempre se estuvo por encima del valor de referencia, indicando que esta restricción no es adecuada para este modelo.

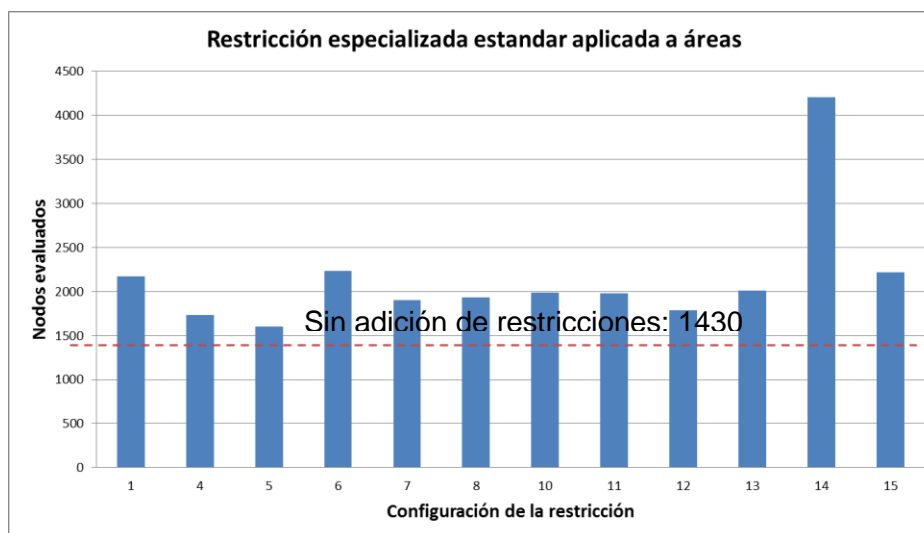


Figura 50: Número de nodos evaluados por el B & C por configuración para la forma estándar en áreas del sistema Sur Brasileiro modelado mediante el modelo DC.

#### 4.3.4.2 Restricción especializada que selecciona el mínimo entre la capacidad de la línea y la potencia neta encerrada

Usando el <i>solver</i> Knitro para el modelo lineal DC (Sbase=300MW)		Restricción especializada que selecciona el mínimo entre la capacidad de la línea y la potencia neta encerrada (forma 1)		
Configuración de la restricción	Nodos evaluados por el B & C	Mejora en cantidad de nodos B & C evaluados (%)	Tiempo (s)	Costo de inversión [10 <sup>6</sup> US \$]
1. Agregando la restricción al área 1	2274	-59,02	161,337	154420
2. Agregando la restricción al área 2	2598	N/A	193,496	157304
3. Agregando la restricción al área 3	3104	N/A	284,663	160082
4. Agregando la restricción al área 4	2017	-41,05	157240	154420
5. Mezclando a las áreas 1 y 2	2634	N/A	197,743	157304
6. Mezclando a las áreas 1 y 3	1916	-33,99	168,325	154420
7. Mezclando a las áreas 1 y 4	1561	-9,16	124,477	154420
8. Mezclando a las áreas 2 y 3	2714	N/A	238,057	157304
9. Mezclando a las áreas 2 y 4	2626	N/A	248,531	157304
10. Mezclando a las áreas 3 y 4	2270	-58,74	176,097	154420
11. Mezclando a las áreas 1, 2 y 3	2688	N/A	258,421	157304
12. Mezclando a las áreas 1, 2 y 4	2746	N/A	201,493	157304
13. Mezclando a las áreas 1, 3 y 4	1412	1,26	127,471	154420
14. Mezclando a las áreas 2, 3 y 4	2610	N/A	199,315	157304
15. Mezclando a todas las áreas	2467	-72,52	279,811	154420

Tabla 36: Desempeño de la restricción especializada en la forma 1 aplicada a las áreas del sistema Sur Brasileiro modelado mediante el modelo DC.

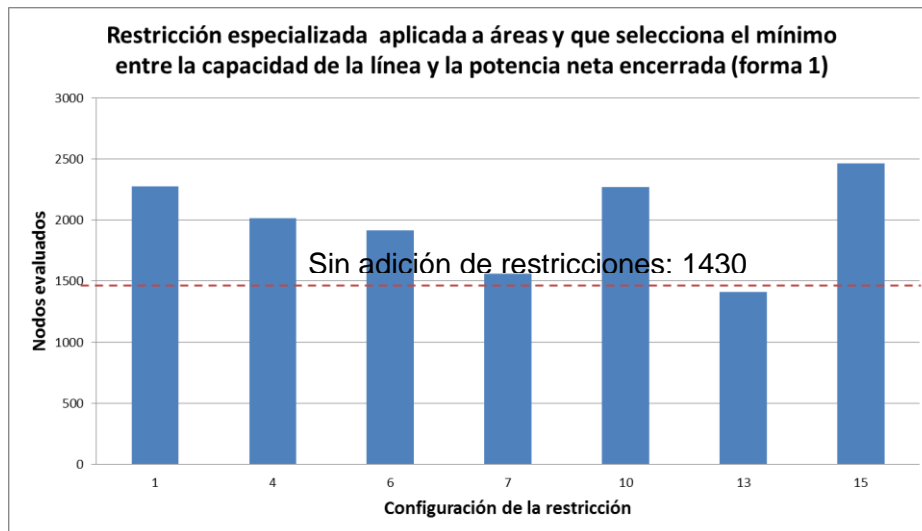


Figura 51: Número de nodos evaluados por el B & C por configuración para la forma 1 en áreas del sistema Sur Brasileiro modelado mediante el modelo DC.

En la figura 51 se observa que solo una configuración presento una mejoría con respecto al valor de referencia, y esta mejoría fue pequeña, además cabe notar que se mostraron pocos casos de las configuraciones indicando esto que muchas perdieron el óptimo global. En la tabla 36 se puede evidenciar que muchas de las configuraciones perdieron el óptimo, indicando esto que la adición de esta restricción podría causar que la técnica de solución no alcance el óptimo global.

#### 4.3.4.3 Restricciones especializadas que utilizan la función techo

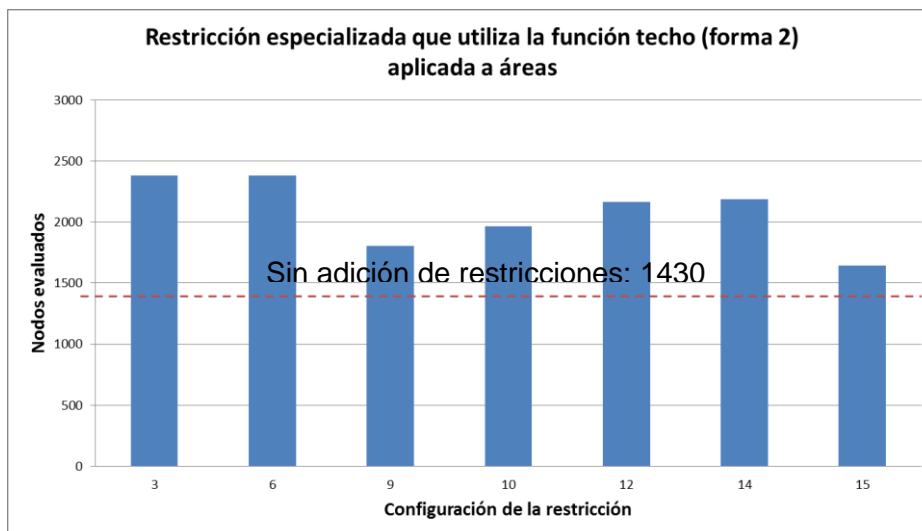


Figura 52: Número de nodos evaluados por el B & C por configuración para la forma 2 en áreas del sistema Sur Brasileiro modelado mediante el modelo DC.

Usando el <i>solver</i> Knitro para el modelo lineal DC (Sbase=300MW)	Restricción especializada que utiliza la función techo (forma 2)			
Configuración de la restricción	Nodos evaluados por el B & C	Mejora en cantidad de nodos B & C evaluados (%)	Tiempo (s)	Costo de inversión [10 <sup>6</sup> US \$]
1. Agregando la restricción al área 1	2504	N/A	297,547	157304
2. Agregando la restricción al área 2	2270	N/A	207,948	157304
3. Agregando la restricción al área 3	2384	-66,71	202,048	154420
4. Agregando la restricción al área 4	2482	N/A	262,757	157304
5. Mezclando a las áreas 1 y 2	2618	N/A	291,359	157304
6. Mezclando a las áreas 1 y 3	2384	-66,71	202,048	154420
7. Mezclando a las áreas 1 y 4	2458	N/A	301,78	157304
8. Mezclando a las áreas 2 y 3	3027	N/A	262,062	157304
9. Mezclando a las áreas 2 y 4	1804	-26,15	129,348	154420
10. Mezclando a las áreas 3 y 4	1968	-37,62	196,856	154420
11. Mezclando a las áreas 1, 2 y 3	2945	N/A	268,539	157304
12. Mezclando a las áreas 1, 2 y 4	2164	-51,33	276,593	154420
13. Mezclando a las áreas 1, 3 y 4	2189	-53,08	207,718	154420
14. Mezclando a las áreas 2, 3 y 4	3021	N/A	247,67	157304
15. Mezclando a todas las áreas	1642	-14,83	207,662	154420

Tabla 37: Desempeño de la restricción especializada en la forma 2 aplicada a las áreas del sistema Sur Brasileiro modelado mediante el modelo DC.

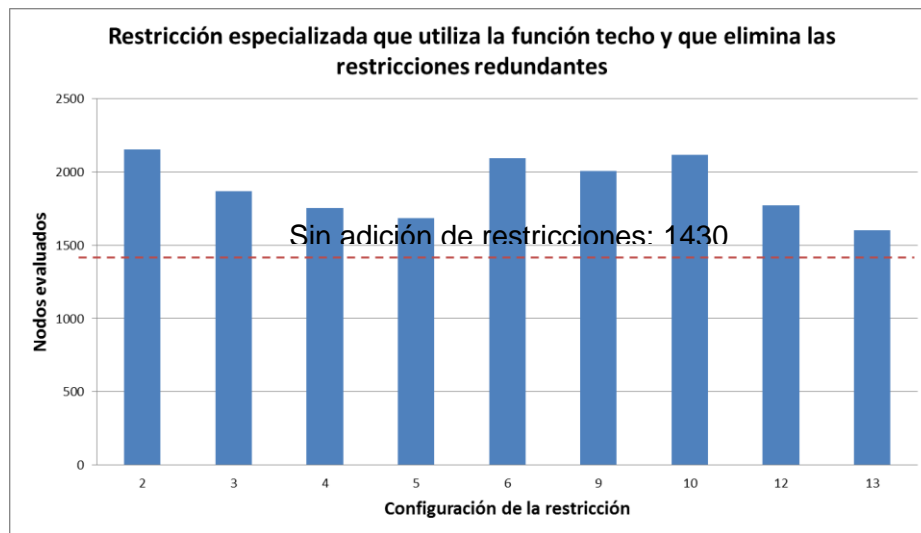


Figura 53: Número de nodos evaluados por el B & C por configuración para la forma 2 eliminando las restricciones redundantes aplicadas a las áreas del sistema Sur Brasileiro modelado mediante el modelo DC.



Usando el <i>solver</i> Knitro para el modelo lineal DC (Sbase=300MW)	Restricción especializada que utiliza la función techo y que elimina las restricciones redundantes			
Configuración de la restricción	Nodos evaluados por el B & C	Mejora en cantidad de nodos B & C evaluados (%)	Tiempo (s)	Costo de inversión [10 <sup>6</sup> US \$]
1. Agregando la restricción al área 1	2421	N/A	179,25	157304
2. Agregando la restricción al área 2	2155	-50,70	161,293	154420
3. Agregando la restricción al área 3	1869	-30,70	158,364	154420
4. Agregando la restricción al área 4	1754	-22,66	141,411	154420
5. Mezclando a las áreas 1 y 2	1686	-17,90	142,265	154420
6. Mezclando a las áreas 1 y 3	2092	-46,29	170,461	154420
7. Mezclando a las áreas 1 y 4	2460	N/A	243,88	157304
8. Mezclando a las áreas 2 y 3	3525	N/A	313,767	157304
9. Mezclando a las áreas 2 y 4	2006	-40,28	153,372	154420
10. Mezclando a las áreas 3 y 4	2116	-47,97	196,94	154420
11. Mezclando a las áreas 1, 2 y 3	2840	N/A	240,009	157304
12. Mezclando a las áreas 1, 2 y 4	1772	-23,92	158,767	154420
13. Mezclando a las áreas 1, 3 y 4	1602	-12,03	151,017	154420
14. Mezclando a las áreas 2, 3 y 4	2802	N/A	211,923	157304
15. Mezclando a todas las áreas	2923	N/A	254,665	157304

Tabla 38: Desempeño de la restricción especializada en la forma 2 eliminando las restricciones redundantes aplicadas a las áreas del sistema Sur Brasileiro modelado mediante el modelo DC.

Para este caso se puede evidenciar en las tablas 37 y 38 que esta forma de la restricción con o sin restricciones redundantes no presenta ninguna mejoría en la disminución de número de nodos evaluados por el B & C para este caso, además muchas de las configuraciones no alcanzaron el óptimo global del problema, por lo que la adición en general de esta restricción en este modelo lo logro realizar un corte efectivo en el espacio solución. Las figuras 52 y 53 muestran que en todos los casos no se logró superar en ninguna forma el valor de referencia.

#### 4.3.5 ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS OBTENIDOS AL ADICIONAR LAS RESTRICCIONES ESPECIALIZADAS A LAS ÁREAS SELECCIONADAS DEL SISTEMA SUR BRASILEIRO

Los resultados obtenidos muestran que para el modelo de transporte el efecto producido por todas las restricciones no ayuda a disminuir el espacio de búsqueda explorado por la técnica, aumentando en todos los casos el número de iteraciones simplex y la cantidad de nodos evaluados por el B & C. En el modelo híbrido lineal se logró una mejoría únicamente con la restricción que utiliza la función techo, empleándola sobre las áreas 3 y 4, siendo ambas áreas con una gran demanda.

Para el modelo lineal disyuntivo las restricciones en todas las formas lograron ayudar en algunas configuraciones a disminuir el espacio solución explorado. Para este caso se obtuvieron mejoras con áreas de carga o combinaciones de áreas de carga y generación, pero sólo con algunas de ellas. Este modelo le presentó los mejores resultados con la combinación de las áreas 1 y 2, indicando esto que para el modelo es importante estas zonas donde existe mucha generación atrapada.

Finalmente para el modelo DC se pudo observar que la inclusión de las restricciones especializadas en todas sus formas no presentó ninguna mejoría con respecto al valor de referencia, mostrando esto que no resultan eficientes para este modelo, en este sistema. En varias configuraciones no se logró alcanzar el óptimo global, pues la inclusión de las restricciones no permitió que se lograra encontrar la solución óptima.

En general esta metodología se muestra eficiente para problemas lineales, especialmente para el modelo lineal disyuntivo, esto sin embargo para las áreas seleccionadas del sistema Sur Brasileiro, esta forma de selección no es única y se pueden explorar otras opciones para obtener áreas que presenten un mayor impacto en el uso de las restricciones especializadas.

#### **4.4 EVALUACIÓN DE LA METODOLOGÍA GENERAL QUE PERMITE REALIZAR CORTES AL ESPACIO SOLUCIÓN MEDIANTE LA ADICIÓN DE RESTRICCIONES ESPECIALIZADAS AL MODELO MATEMÁTICO**

En esta sección del capítulo 4 se evalúa el efecto producido por cada una de las formas de las restricciones especializadas cuando se aplican a nodos y áreas del sistema de potencia de manera conjunta, implementando los modelos matemáticos del problema del planeamiento de redes de transmisión cuando se incluyen las restricciones especializadas. Esta evaluación se realiza utilizando el sistema Sur Brasileiro con las áreas y nodos seleccionados de la sección anterior.

#### 4.4.1 Restricción especializada estándar

modelo matemático	Usando la forma estándar					
	Nodos evaluados por el B & C	Mejora en cantidad de nodos B & C evaluados (%)	MIP iteraciones simplex	Mejora en cantidad de iteraciones simplex (%)	Tiempo (s)	Costo de inversión [10 <sup>6</sup> US \$]
modelo de transportes (Sbase=5MW)	843	-118,96	3782	-104,76	0,537	127272
modelo híbrido lineal (Sbase=200MW)	1576	-73,19	13246	-44,21	1,014	141350
modelo lineal disyuntivo (Sbase=200MW)	7596	-65,71	320860	-41,62	123,521	154420
modelo DC (Sbase=300MW)	1816	-26,99	-----	-----	223,412	154420

Tabla 39: Desempeño de la restricción especializada en la forma estándar aplicada a las áreas y nodos del sistema Sur Brasileiro.

La aplicación de la restricción especializada en la forma estándar para áreas y nodos de manera conjunta no presentó resultados positivos para la disminución de nodos evaluados por el B & C e iteraciones simplex. Esto indica que la aplicación de esta forma de manera generalizada no realiza un corte en el espacio de soluciones lo suficientemente profundo, esto además produce en la técnica de solución que se aumente su dificultad para alcanzar la solución óptima del problema. En los datos de la tabla 39 se puede observar que se logró alcanzar el óptimo en todos los casos, indicando esto que la técnica de solución tuvo que explorar más zonas del espacio solución para encontrar la solución óptima del problema. Durante el análisis hecho de manera individual para los nodos y las áreas sobre las cuales se aplicó esta restricción para el sistema sur brasileiro se observó que este tipo de restricción reiterativamente no presentó buenos resultados, indicando esto que para sistemas de tamaño mediano sin redespacho no es conveniente implementar esta forma de la restricción especializada.

#### 4.4.2 Restricción especializada que selecciona el mínimo entre la capacidad de la línea y la potencia neta encerrada

modelo matemático	Restricción especializada que selecciona el mínimo entre la capacidad de la línea y la potencia neta encerrada (forma 1)					
	Nodos evaluados por el B & C	Mejora en cantidad de nodos B & C evaluados (%)	MIP iteraciones simplex	Mejora en cantidad de iteraciones simplex (%)	Tiempo (s)	Costo de inversión [10 <sup>6</sup> US \$]
modelo de transportes (Sbase=5MW)	843	-118,96	3782	-104,76	0,535	127272
modelo híbrido lineal (Sbase=200MW)	1576	-73,19	13246	-44,21	1,014	141350
modelo lineal disyuntivo (Sbase=200MW)	7596	-65,71	320860	-41,62	120,01	154420
modelo DC (Sbase=300MW)	1250	12,59	-----	-----	138,393	154420

Tabla 40: Desempeño de la restricción especializada en la forma 1 aplicada a las áreas y nodos del sistema Sur Brasileiro.

El corte en el espacio solución producido por la adición de la restricción especializada que selecciona el mínimo entre la capacidad de la línea y la potencia neta encerrada es efectivo sólo para el caso del modelo DC, siendo este el modelo de más difícil solución. Los otros modelos no presentaron una buena respuesta ante la adición de este tipo de restricción en el modelo matemático, pues como se observa en la tabla 40 en todos los casos se necesitó de un número mayor de iteraciones simplex y nodos evaluados por el B & C para alcanzar la solución óptima del problema. Para el caso del modelo DC se ha observado que la presencia de esta restricción especializada dentro del modelo cuando se aplica independientemente para nodos y áreas no presentó un buen resultado, obteniendo una mejora en solo uno de los casos, y para la mayoría impedía encontrar la solución óptima, sin embargo como se puede observar en el caso general la adición de la restricción especializada aplicada a áreas y nodos realiza un corte en el espacio solución haciendo que el *solver* necesite de menos exploraciones para alcanzar la solución óptima.

#### 4.4.3 Restricciones especializadas que utilizan la función techo

modelo matemático	Restricción especializada que utiliza la función techo (forma 2)					
	Nodos evaluados por el B & C	Mejora en cantidad de nodos B & C evaluados (%)	MIP iteraciones simplex	Mejora en cantidad de iteraciones simplex (%)	Tiempo (s)	Costo de inversión [10 <sup>6</sup> US \$]
modelo de transportes (Sbase=5MW)	958	-148,83	4254	-130,32	0,536	127272
modelo híbrido lineal (Sbase=200MW)	1223	-34,40	11008	-19,85	1,013	141350
modelo lineal disyuntivo (Sbase=200MW)	3838	16,27	144209	36,35	60,333	154420
modelo DC (Sbase=300MW)	1758	-22,94	-----	-----	233,276	154420

Tabla 41: Desempeño de la restricción especializada en la forma 2 aplicada a las áreas y nodos del sistema Sur Brasileiro.

La restricción especializada que utiliza la función techo aplicada sobre los modelos matemáticos del problema del planeamiento presentó buenos resultados cuando se adicionó la restricción al modelo lineal disyuntivo. La adición de este tipo de restricción especializada cuando es generada usando los datos de áreas y nodos al modelo lineal disyuntivo logra realizar un corte efectivo en el espacio de solución que ayuda al método simplex como a la técnica B & B, pues se puede observar una disminución en el número de nodos del 16.27% y en el número de iteraciones simplex de un 36.35%. Los resultados obtenidos para esta restricción indican que también se podría haber generado un corte en el modelo DC, pues el modelo lineal disyuntivo es su versión linealizada, pero el corte generado fue poco profundo o la técnica de solución no exploró la zona sobre la cual se realizó el corte. Como se observó en los resultados anteriores para el modelo lineal disyuntivo la aplicación de esta restricción en muchos casos presentó buenos resultados, siendo este corte muy efectivo en la aplicación a este modelo. Para los otros modelos matemáticos la aplicación de esta restricción especializada resultó poco efectiva obteniendo una mejoría en pocos casos.

modelo matemático	Restricción especializada que utiliza la función techo y que elimina las restricciones redundantes					
	Nodos evaluados por el B & C	Mejora en cantidad de nodos B & C evaluados (%)	MIP iteraciones simplex	Mejora en cantidad de iteraciones simplex (%)	Tiempo (s)	Costo de inversión [10 <sup>6</sup> US \$]
modelo de transportes (Sbase=5MW)	941	-144,42	4187	-126,69	0,535	127272
modelo híbrido lineal (Sbase=200MW)	1246	-36,92	11188	-21,81	1,015	141350
modelo lineal disyuntivo (Sbase=200MW)	3588	21,73	152309	32,77	59,601	154420
modelo DC (Sbase=300MW)	1117	21,89	-----	-----	96,709	154420

Tabla 42: Desempeño de la restricción especializada en la forma 2 eliminando las restricciones redundantes aplicadas a las áreas y nodos del sistema Sur Brasileiro.

Como se muestra en la tabla 42 eliminar las restricciones redundantes que resultan al generar las restricciones especializadas que utilizan la función techo causa una mejoría en los modelos DC y lineal disyuntivo, esta mejoría se ve reflejada en el número de nodos evaluados por el B & C e iteraciones simplex. Para el modelo lineal disyuntivo se obtuvo una mejoría en el número de nodos evaluados por el B & C del 21.73%, superior al caso anterior que fue del 16.27%. En el número de iteraciones simplex se presentó una mejoría del 32.77%, sin embargo el caso anterior fue superior obteniendo un 36.35% de mejoría. Los resultados obtenidos para el modelo lineal disyuntivo muestran que eliminar las restricciones redundantes resulta beneficioso para la eliminación del número de nodos que la técnica de solución debe evaluar, sin embargo produce que el método simplex utilizado por el *solver* para resolver los PL necesite de más iteraciones para llegar a la solución óptima. Además de que el tiempo computacional tomado por ambas formas es muy similar indicando esto que aunque se presenta una mejoría, el corte generado es equivalente para el *solver*. Como se puede observar en las secciones anteriores la adición de las restricciones al modelo lineal disyuntivo ayudó a disminuir el espacio solución en varios casos, por lo que este tipo de restricción con o sin restricciones redundantes resulta efectiva al aplicarse sobre este modelo. Para el modelo DC es evidente que eliminar las restricciones redundantes ayudó a disminuir el espacio solución que el *solver* necesito explorar. Para este modelo se logró una mejoría del 21.89% para el número de nodos evaluados por el B & C por la técnica de solución, lo cual es una notoria mejoría con respecto al caso anterior en el que la inclusión de la restricción especializada con la función techo aumentó el número de nodos evaluados por el B & C por la técnica, diciendo esto que para el modelo

DC cuando se aplica de manera conjunta a áreas y nodos del sistema esta restricción especializada, es más eficiente si se eliminan las restricciones redundantes. En las pruebas realizadas en secciones anteriores de este capítulo se pudo observar que esta restricción presento poco impacto al aplicarse a nodos y áreas independientemente, pero de manera conjunta logran realizar un buen corte en el espacio de soluciones, lo que se ve reflejado en los resultados obtenidos. Para los otros modelos la adición de esta restricción no logro generar un impacto positivo, causando que el *solver* requiriera de más esfuerzo para llegar a la solución óptima. En general para estos modelos en las secciones anteriores para el sistema Sur Brasileiro no presentaron buenos resultados ante la aplicación de este tipo de restricción, señalando esto que la adición de esta restricción sin restricciones redundantes no produce cortes efectivos en el espacio solución.

#### 4.5 OBSERVACIONES

Durante las pruebas realizadas en el análisis del efecto de la inclusión de las restricciones especializadas se presentaron las siguientes situaciones:

1. La potencia base empleada para *resolver* el problema del planeamiento de redes de transmisión ha sido generalmente de 100 MW, pero durante el estudio de esta tesis se encontró que empleando una potencia base diferente se pueden obtener resultados en un tiempo menor al obtenido con esa potencia base. Esta potencia base puede cambiar con cada modelo.

Usando el <i>solver</i> CPLEX para el modelo de transportes	Datos tomados			
Potencia base	Nodos evaluados por el B & C	MIP iteraciones simplex	Tiempo (s)	Costo de inversión [10 <sup>6</sup> US \$]
1	997	4691	0,59	127272
5	385	1847	0,349	127272
10	385	1863	0,346	127272
20	389	1868	0,353	127272
50	675	4013	0,526	127272
100	833	4281	0,541	127272
200	728	4380	0,545	127272
300	462	1875	0,365	127272
500	820	4035	0,482	127272
1000	817	3721	0,482	127272

Tabla 43: Efecto del cambio de la potencia base en el modelo de transportes.

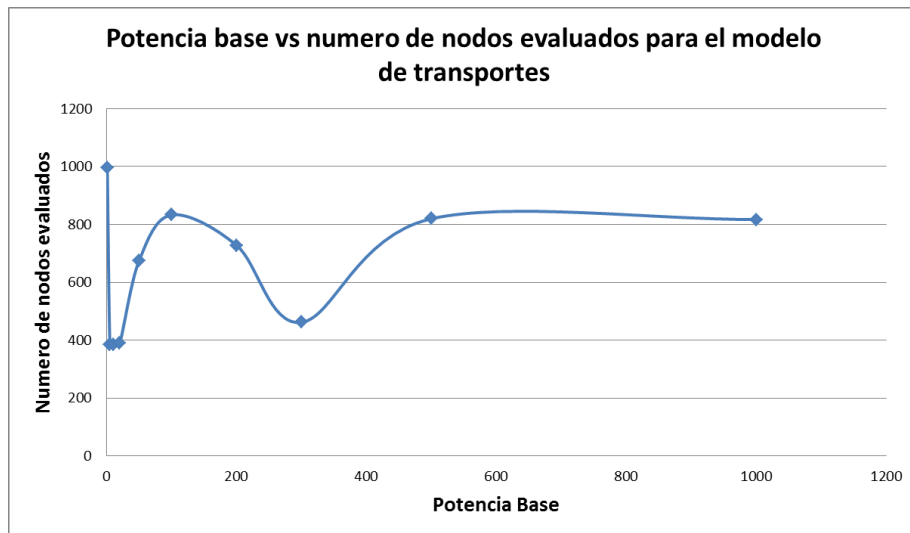


Figura 54: Efecto de la potencia base en el número de nodos evaluados por el B & C para el modelo de transportes.

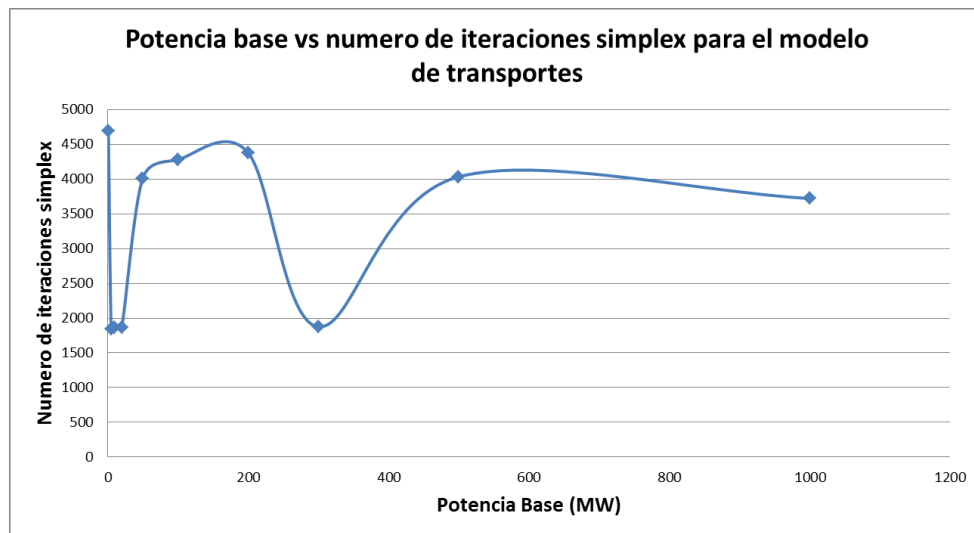


Figura 55: Efecto de la potencia base en el número de iteraciones simplex para el modelo de transportes.

Se puede observar que el cambio de la potencia base para el modelo de transportes presenta las características de las figuras 55 y 56, los datos obtenidos se muestran en la tabla 43. Se observa de potencia base que ofrece el mínimo de nodos evaluados por el B & C e iteraciones simplex es la de 5 MW, por esta razón esta fue utilizada para el modelo de transportes.



Usando el <i>solver</i> CPLEX para el modelo híbrido lineal	Datos tomados			
Potencia base	Nodos evaluados por el B & C	MIP iteraciones simplex	Tiempo (s)	Costo de inversión [ $10^6$ US \$]
1	1025	13084	0,93	141350
5	1180	16552	0,999	141350
10	1105	15729	0,979	141350
20	1002	12038	0,835	141350
50	862	10640	0,864	141350
100	1426	16107	1,096	141350
200	910	9185	0,829	141350
300	1258	11420	0,921	141350
500	1048	108191	0,888	141350
1000	1481	12982	1,047	141350

Tabla 44: Efecto del cambio de la potencia base en el modelo híbrido lineal.

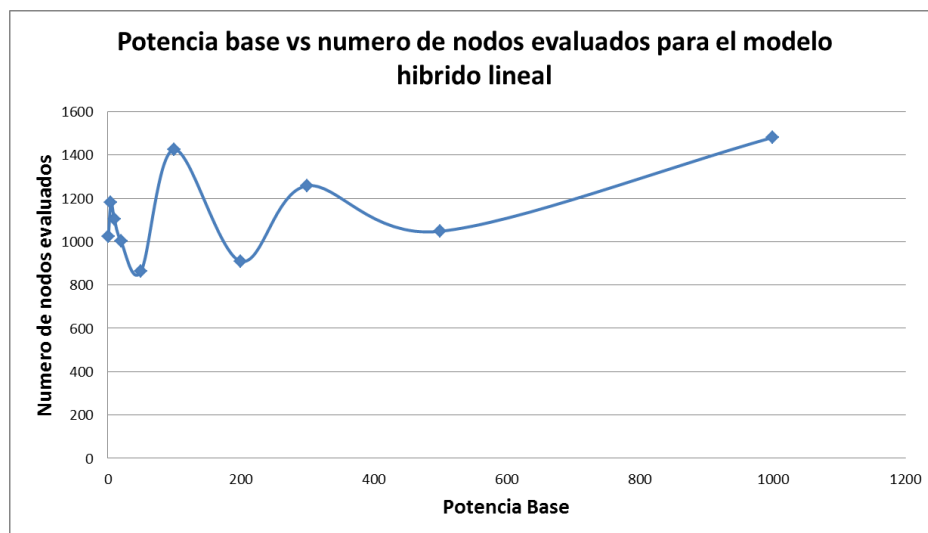


Figura 56: Efecto de la potencia base en el número de nodos evaluados por el B & C para el modelo híbrido lineal.

En las figuras 57 y 58 se puede apreciar el comportamiento del modelo híbrido lineal ante el cambio de la potencia base. Se puede observar que las curvas para este caso son bastante diferentes a las curvas obtenidas para el caso anterior. En la tabla 44 se puede observar que la potencia base que mejor presenta resultados para este modelo es la potencia de 200 MW, por esta razón esta fue empleada en el análisis de las restricciones.

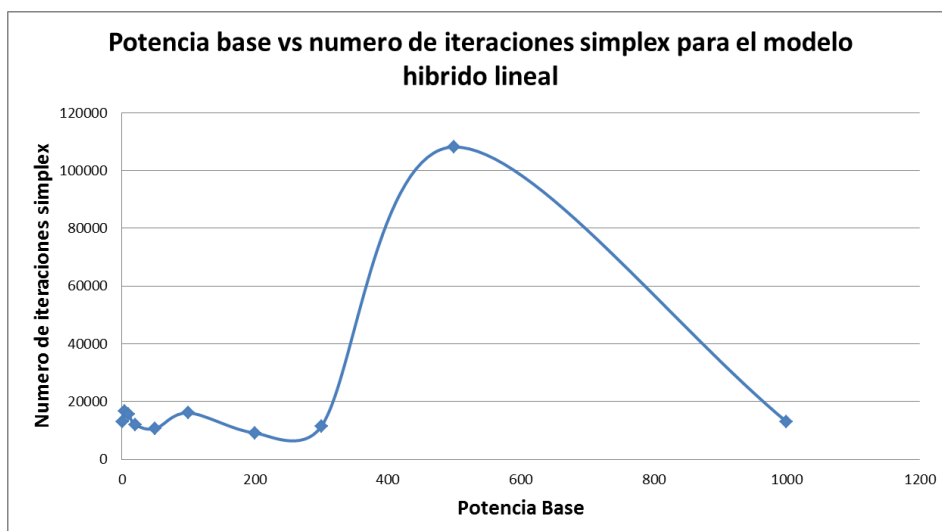


Figura 57: Efecto de la potencia base en el número de iteraciones simplex para el modelo híbrido lineal.

Usando el <i>solver</i> CPLEX para el modelo lineal disyuntivo	Datos tomados			
Potencia base	Nodos evaluados por el B & C	MIP iteraciones simplex	Tiempo (s)	Costo de inversión [ $10^6$ US \$]
1	9430	563374	167,915	154420
5	9267	505880	188,9	154420
10	9890	584087	239,179	154420
20	13154	715557	238,97	154420
50	5843	297227	101,34	154420
100	7276	382729	116,718	154420
200	4584	226561	95,729	154420
300	3466	181875	74,878	149,751
500	7738	358219	128,611	154420
1000	1092	57295	43,796	146242

Tabla 45: Efecto del cambio de la potencia base en el modelo lineal disyuntivo.

En la tabla 45 se presentan los resultados obtenidos con el cambio de la potencia base para el modelo lineal disyuntivo. Se puede observar que para algunos casos del cambio de la potencia base no se alcanzó la solución óptima, esto se debe al parámetro big M de este modelo, pues ante ciertas condiciones este parámetro debe ser cambiado para que la técnica de solución alcance el óptimo global. En las figuras 59 y 60 se observa el comportamiento del número de nodos evaluados por el B & C e iteraciones simplex. Para este modelo la potencia que mejor resultado presentó fue de 200 MW, por esta razón se utilizó en los análisis en los que se empleó este modelo.

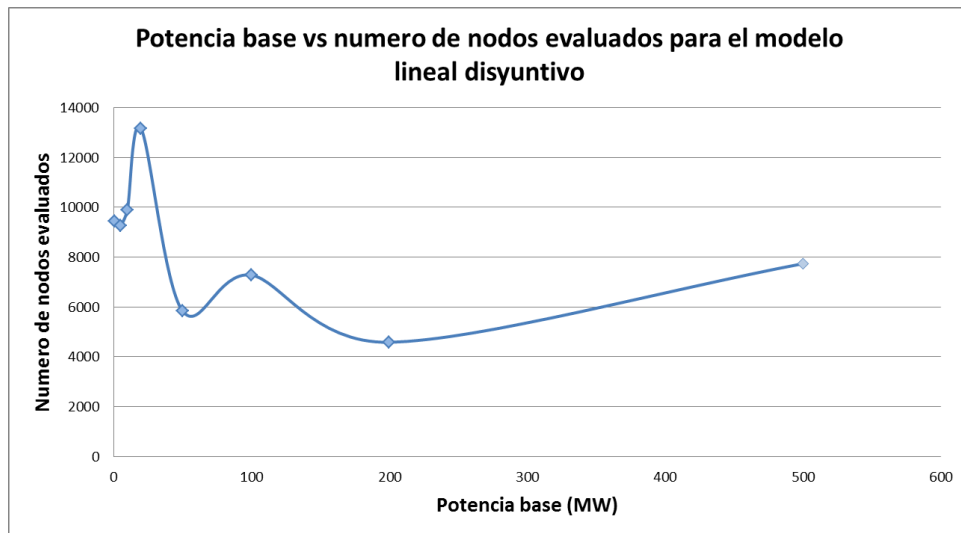


Figura 58: Efecto de la potencia base en el número de nodos evaluados por el B & C para el modelo lineal disyuntivo.

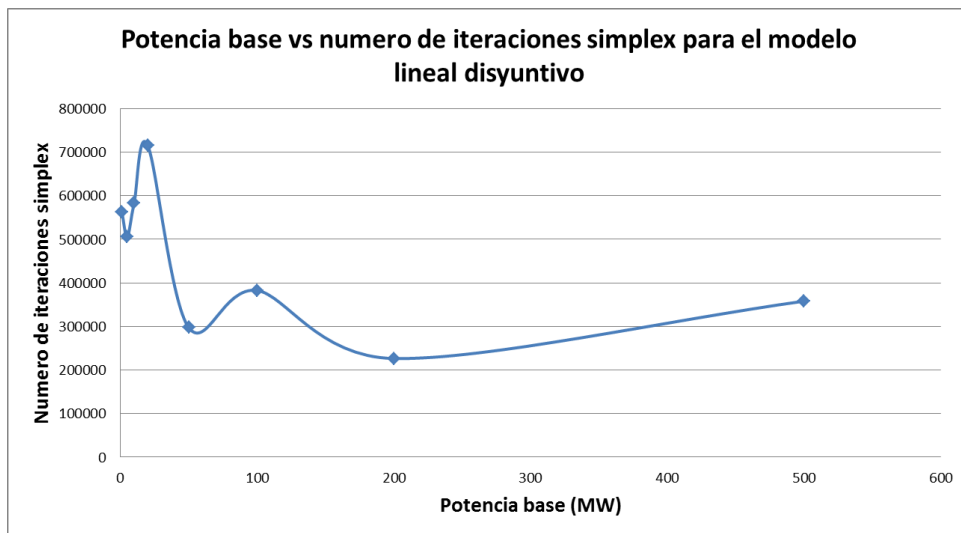


Figura 59: Efecto de la potencia base en el número de iteraciones simplex para el modelo lineal disyuntivo.

Finalmente los resultados obtenidos para el modelo DC se muestran en la tabla 46, en esta se observa el comportamiento de este modelo ante el cambio de la potencia base. Se puede observar que al emplear una potencia base baja la técnica de solución no logra encontrar la solución óptima del problema. Las figura 61 muestra el comportamiento de este modelo ante el cambio de la potencia base. Para este modelo la potencia base que presento los mejores resultados fue la potencia de 300 MW, por esta razón esta fue usada durante todo el análisis realizado en este trabajo.

Usando el <i>solver</i> Knitro para el modelo DC	Datos tomados		
Potencia base	Nodos evaluados por el B & C	Tiempo (s)	Costo de inversión [ $10^6$ US \$]
5	4320	403,757	157304
10	3370	338,068	166956
20	2639	250,79	154420
50	4853	500,475	154420
100	1600	147,658	154420
200	1772	128,032	154420
300	1430	102,996	154420
500	2625	264,931	154420
1000	3361	1108,06	154420

Tabla 46: Efecto del cambio de la potencia base en el modelo DC.

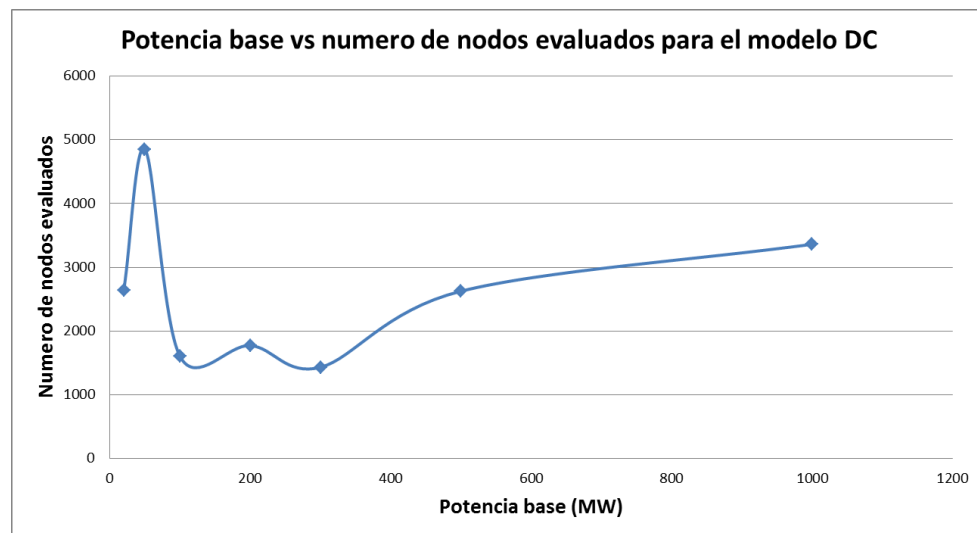


Figura 60: Efecto de la potencia base en el número de nodos evaluados por el B & C para el modelo DC.

- El valor del big M, empleado en el modelo lineal disyuntivo para Linealizar la segunda ley de Kirchhoff, presenta una alta sensibilidad al adicionarse las restricciones especializadas. Como se ha visto en los resultados para el modelo lineal disyuntivo en muchos de los casos se pierde la solución óptima al agregar las restricciones especializadas, pero esto ocurre por la alta sensibilidad que presenta este modelo ante este parámetro, pues la adición de la nueva restricción causa que este parámetro deba ser cambiado para alcanzar la solución óptima. Para los casos evaluados en las secciones anteriores el valor de M fue de  $10^7$ . La tabla 47 es una recopilación de las tablas 21 y 32 que corresponden al modelo lineal disyuntivo al cual se le adicionó la restricción especializada que selecciona el mínimo entre la capacidad de la línea y la potencia neta encerrada. En

color verde aparecerán los casos en los cuales se perdió el óptimo global y el nuevo valor de M, con el cual se logró encontrar la solución óptima.

Usando el <i>solver</i> CPLEX para el modelo lineal disyuntivo (Sbase=200MW)	Restricción especializada que selecciona el mínimo entre la capacidad de la línea y la potencia neta encerrada				
	Valor de M	Nodos evaluados por el B & C	MIP iteraciones simplex	Tiempo (s)	Costo de inversión [10 <sup>6</sup> US \$]
Agregando la restricción a todos los nodos que lo necesiten	10 <sup>9</sup>	3669	175986	86,828	154420
Agregando la restricción al nodo 28	10 <sup>6</sup>	6059	260629	104,421	154420
Agregando la restricción al nodo 31	10 <sup>6</sup>	6956	361102	136,071	154420
Agregando la restricción al área 1	10 <sup>7</sup>	4416	237986	93,26	154420
Agregando la restricción al área 2	10 <sup>7</sup>	8745	446111	161	154420
Agregando la restricción al área 3	10 <sup>9</sup>	3438	159460	67,389	154420
Agregando la restricción al área 4	10 <sup>6</sup>	10485	503385	173,921	154420
Mezclando a las áreas 1 y 2	10 <sup>7</sup>	4052	179821	73,363	154420
Mezclando a las áreas 1 y 3	10 <sup>7</sup>	6154	351670	146,827	154420
Mezclando a las áreas 1 y 4	10 <sup>7</sup>	7667	361620	140,936	154420
Mezclando a las áreas 2 y 3	10 <sup>7</sup>	5374	266505	91,013	154420
Mezclando a las áreas 2 y 4	10 <sup>7</sup>	8068	412338	137,314	154420
Mezclando a las áreas 3 y 4	10 <sup>10</sup>	7648	356266	145,763	154420
Mezclando a las áreas 1, 2 y 3	10 <sup>7</sup>	7171	344714	131,53	154420
Mezclando a las áreas 1, 2 y 4	10 <sup>6</sup>	9768	517900	181,527	154420
Mezclando a las reas 1, 3 y 4	10 <sup>7</sup>	5108	263744	116,183	154420
Mezclando a las áreas 2, 3 y 4	10 <sup>7</sup>	4968	250671	112,413	154420
Mezclando a todas las áreas	10 <sup>7</sup>	5093	233752	94,84	154420

Tabla 47: Efecto del cambio del valor de M en el modelo lineal disyuntivo cuando se le adiciona la restricción en la forma 1 para nodos o áreas.

Se puede observar en color verde en la tabla aquellas configuraciones para áreas o nodos sobre las cuales se aplicó la restricción especializada en la forma 1 y se perdió el óptimo global, estas configuraciones mediante una manipulación del valor de M lograron alcanzar el óptimo global. Con esto se muestra la sensibilidad del modelo lineal disyuntivo ante una variación del parámetro M.

## CAPÍTULO 5

### CONCLUSIONES

1. Se presenta una propuesta para la disminución del espacio de solución generado por los modelos para el problema del planeamiento de redes de transmisión mediante la inclusión de un nuevo conjunto de restricciones especializadas que realizan cortes sobre dicho espacio.
2. Se presentó la capacidad que tienen las restricciones especializadas para disminuir el tamaño espacio de solución generado por el problema del planeamiento de redes de transmisión cuando es modelado matemáticamente mediante los modelos de DC, lineal disyuntivo, híbrido lineal y transportes. La medida de desempeño para evaluar esta metodología fue la cantidad de nodos evaluados por el B & C e iteraciones simplex que requirió el *solver* para alcanzar la solución óptima.
3. La adición de las restricciones especializadas usando los datos de nodos del sistema resulta eficiente en sistemas de pequeño tamaño sin embargo en sistema de mediano tamaño o superior resulta ineficiente. Por tal razón no se debe adicionar las restricciones especializadas únicamente con datos de nodos de cualquier sistema de gran tamaño y complejidad.
4. Adicionar restricciones especializadas a los modelos matemáticos usando datos de nodos o áreas que posean un valor significativo de potencia para el sistema de potencia permite realizar cortes más profundos sobre en el espacio solución, mejorando en mayor medida el desempeño de las técnicas de solución.
5. La metodología presentada para detectar áreas del sistema de transmisión que tengan atrapamiento de potencia o racionamiento por insuficiencia de transmisión resulto efectiva y puede ser aplicada a sistemas de medio y gran tamaño.
6. La adición de restricciones especializadas usando datos de áreas del sistema de transmisión es eficiente para todos los modelos, sin embargo deben ser evaluadas las formas de combinar cada una de las restricciones especializadas generadas por cada área con el objetivo de obtener

configuraciones que permitan realizar cortes profundos en el espacio solución.

7. El desarrollo de metodologías que permitan determinar áreas con atrapamiento de potencia es importante, pues la selección de nodos para un área del sistema, es un problema de optimización que puede resultar tan difícil de resolver como el problema original.
8. La adición de las restricciones especializadas a los modelos matemáticos del problema de la expansión de redes de transmisión usando datos de nodos y áreas del sistema, muestran ser exitosas para los modelos lineal disyuntivo y DC, y al mismo tiempo insuficientes para el modelo híbrido lineal y de transportes, en sistemas de tamaño medio o superior.
9. La restricción especializada que utiliza la función techo es la restricción más eficiente cortando el espacio solución cuando es adicionada a los modelos matemáticos para el problema de la expansión de redes de transmisión, en sistemas sin redespacho de cualquier tamaño.

## **CAPITULO 6**

### **TRABAJOS FUTUROS**

Como trabajo futuro se espera determinar las razones por las cuales la potencia base y el valor de Big M afectan la estabilidad numérica de las técnicas de solución, esto con el fin de aprovechar estas cualidades para potenciar las restricciones especializadas y en general las metodologías que permitan encontrar una solución de manera sencilla al problema del planeamiento.

Otro posible trabajo es la implementación de estas metodologías en un lenguaje de programación de propósito general, esto con el fin de evitar las limitaciones y poco control que representa el utilizar un lenguaje de modelamiento matemático como el usado en este trabajo. Además se espera unir esta metodología planteada junto a otras metodologías de reducción del espacio solución para ver un efecto conjunto que permita disminuir más eficientemente el espacio solución.

Este tipo de restricciones especializadas podrían plantearse para problemas de planeamiento que incluyan aspectos como seguridad, confiabilidad, escenarios de generación e incertidumbre en la demanda, planeamiento multi-etapa, entre otros.

En este trabajo se analizaron los cortes asociados a la primera ley de Kirchhoff. Se requieren de trabajos de investigación que generen cortes a partir de la segunda ley de Kirchhoff asociada al límite de flujo de potencia a través de un corredor por la abertura angular entre los nodos.



## REFERENCIAS

- Aarts, E., & Korst, J. (1989). *Simulated Annealing and Boltzmann Machines*. John Wiley & Sons.
- Alguacil, N., Motto, A., & Conejo, A. (2003). Transmission expansion planning: a mixed-integer LP approach. *IEEE transactions on power systems*, volumen 18 número 3, 1070-1077.
- Bahiense, L., Oliveira, G., Pereira, M., & Granville, S. (2001). A mixed integer disjunctive model for transmission network expansion. *IEEE Transactions on power systems*, volumen 16 Número 3, 560-565.
- Binato, S. (2000). *Expansão ótima de sistemas de transmissão a través de decomposição de Benders e técnicas de planos cortantes*. Rio de Janeiro: UFRJ, tesis doctoral.
- Carreño, E., Escobar, A., & Gallego, R. (2003). Planeamiento de Sistemas de Transmisión Usando Branch and Bound con Pseudocostos. *II Congreso Internacional de Ingenierías Eléctrica y Electrónica*.
- Cortès- Carmona, M., Palma-Behnke, R., & Moya, O. (2009). Transmission Network Expansion Planning by a Hybrid Simulated Annealing Algorithm . *Intelligent System Applications to Power Systems. ISAP '09. 15th International Conference on*, 1-7.
- Dehghan, S., Kazemi, A., & Neyestani, N. (2011). Multistage transmission expansion planning alleviating the level of transmission congestion. *PowerTech, 2011 IEEE Trondheim*, 1-8.
- Dewani, B., Daigavane, M., & Zadgaonkar, A. (2012). A review of various computational intelligence techniques for transmission network expansion planning. *Power Electronics, Drives and Energy Systems (PEDES), 2012 IEEE International Conference on*, 1-5.

- Dietrich, B. L., & Escudero, L. F. (1990). Coefficient reduction for knapsack-like constraints in 0-1 programs with variable upper bounds. *Operations Research Letters* 9(1), 9-14.
- Dominguez, A. (2012). *Planeamiento de la expansión de redes de transmisión basado en cambio de nivel de tensión*. Pereira: Universidad Tecnológica de Pereira, tesis de maestría.
- Dorigo, M., & L., G. (1997). Ant Colony System: A Cooperative Learning Approach to the Traveling Salesman Problem. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 53-56.
- Duque, A. (2013). *Determinación de variables principales en el problema de planeamiento de redes de transmisión usando técnicas heurísticas basadas en métodos de programación lineal y no lineal entera*. Pereira: Universidad Tecnológica de Pereira, tesis de ingeniería.
- Escobar, A. (2002). *Planeamiento dinámico de la expansión de sistemas de transmisión usando algoritmos combinatoriales*. Pereira: Universidad Tecnológica de Pereira, Tesis de maestría.
- Escobar, A. (2008). *Análise Crítica de Aspectos de Modelagem Matemática no Planejamento da Expansão a Longo Prazo de Sistemas de Transmissão*. Ilha Solteira: UNESP, tesis doctoral.
- Escobar, A., Gallego, R., & Romero, R. (2010). *Modelos Usados en el Planeamiento de la Expansión a Largo Plazo de Sistemas de Transmisión de Energía Eléctrica*. Pereira: Taller de publicaciones 1ª ed. Pereira (Colombia), Universidad Tecnológica de Pereira.
- Escobar, L., Duque, A., Melchor, J., & Escobar, A. (2012). Planeamiento de sistemas de transmisión de energía eléctrica usando AMPL. *Scientia et Technica [Online]*, Volumen 2 Número 51, 22 - 27.
- Feo, T., & Resende, M. G. (1995). Greedy Randomized Adaptive Search Procedures. *Journal of Global Optimization*, Volumen 6, 109-133.

- FOURER, R., Gay, D., & Kernighan, B. (2003). *AMPL: A modeling Language for Mathematical Programming*. Second Ed. Brooks /Cole –Thomson Learning.
- Fuchs, I., & Gjengedal, T. (2011). Ant colony optimization and analysis of time step resolution in transmission expansion computations for wind power integration. *Intelligent System Application to Power Systems (ISAP), 16th International Conference on*, 1-6.
- Gallego, L. (2005). *Planeamiento de la expansión de Redes de Transmisión de energía eléctrica Considerando Contingencias*. Pereira: Universidad Tecnológica de Pereira, tesis de maestría.
- Gallego, R. (1997). *Planejamento a longo prazo de sistemas de transmissão usando técnicas de otimização combinatorial*. Campinas: UNICAMP, tesis doctoral.
- Gallego, R., Monticelli, A., & Romero, R. (1998). Transmission System Expansion Planning by Extended Genetic Algorithm. *IEE Proceedings – Generation, Transmission and Distribution, Volumen 145 Número 3*, 329-335.
- Garcés, L., Conejo, A., García, R., & Romero, R. (2009). A Bilevel Approach to Transmission Expansion Planning Within a Market Environment. *IEEE TRANSACTIONS ON POWER SYSTEMS, Volumen 24 Número 3*, 1513-1522.
- Garver, L. (1970). Transmission Network Estimation Using Linear Programming. *Power Apparatus and Systems, IEEE Transactions on*, 1688-1697.
- Glover, F., & Laguna, M. (1996). *Tabu Search*. Kluwer Academic Publishers.
- Gomez, G. (2008). *Algoritmos GRASP y Simulated Annealing como inicializadores de Branch and Bound en la solución de planeamiento estático de sistemas de transmisión*. Pereira: Universidad Tecnológica de Pereira, tesis de maestría.

- Granville, S., & Pereira, M. (1985). *Analisis of the linearized power flow model in Benders decomposition*. Stanford University.
- Haffner, S. (2000). *O planejamento da expansão dos sistemas elétricos no contexto de um ambiente competitivo*. UNICAMP, tesis doctoral.
- Haffner, S., Monticelli, A., Garcia, A., & Romero, R. (2001). Specialised branch-and-bound algorithm for transmission network expansion planning . *IEE Proc -Generation, Transmission, Distribution Volumen 148 Número 5*, 482-488.
- Haffner, S., Monticelli, A., Garcia, J., & Romero, R. (2000). Branch and Bound Algorithm for Transmission System Expansion Planning Using a Transportation Model. *Generation, Transmission and Distribution, IEE Proceedings, volumen 147*, 149-156.
- Leite da Silva, A., da Fonseca Manso, L., de Resende, L., & Rezende, L. (2008). Tabu Search Applied to Transmission Expansion Planning Considering Losses and Interruption Costs. *Probabilistic Methods Applied to Power Systems. PMAPS '08. Proceedings of the 10th International Conference on*, 1-7.
- Lotfjou, A., Fu, Y., & Shahidehpour, M. (2012). Hybrid AC/DC Transmission Expansion Planning. *Power Delivery, IEEE Transactions on*, 1620-1628.
- Mahdavi, M., & Monsef, H. (2011). Review of Static Transmission Expansion Planning. *JECE Volumen1 Número 1*, 11-18.
- Molina, J., & Rudnick, H. (2010). Transmission of Electric Energy: a Bibliographic Review. *Latin America Transactions, IEEE (Revista IEEE America Latina)*, 245-258.
- Monticelli, A. (1983). *Fluxo de carga em redes de energia elétrica*. Sao Paulo: Edgar Blücher Ltda.

- Moon, G.-H., Lee, J., & Joo, S.-K. (2013). Integrated Generation Capacity and Transmission Network Expansion Planning With Superconducting Fault Current Limiter (SFCL). *Applied Superconductivity, IEEE Transactions on*.
- Mori, H., & Kakuta, H. (2011). Multi-objective transmission network expansion planning in consideration of wind farms. *Innovative Smart Grid Technologies (ISGT Europe), 2011 2nd IEEE PES International Conference and Exhibition on*, 1-7.
- Muñoz, C., Sauma, E., Contreras, J., Aguado, J., & de la Torre, S. (2012). Impact of high wind power penetration on transmission network expansion planning. *Generation, Transmission & Distribution, IET, volumen 6*, 1281-1291.
- Pereira, M., Binato, S., & Granville, S. (2001). A new benders decomposition approach to solve power transmission network desing problems. *IEEE TRANSACTIONS ON POWER SYSTEMS, Volumen 16 Número 2*, 235-240.
- Rahmani, M., Romero, R. A., Rider, M. J., & Paredes, M. (2012). Domain reduction using GRASP construction phase for transmission expansion planning problem. *EvoCOP'12 Proceedings of the 12th European conference on Evolutionary Computation in Combinatorial Optimization*, 87-98.
- Rider, M., Garcia, A., & Romero, R. (2007). Branch and Bound Algorithm for Transmission Network Expansion Planning Using DC Model. *Power Tech*, 1350-1355.
- Romero, R. (1993). *Um método de decomposição para planejamento a longo prazo de sistemas de transmissão*. UNICAMP, tesis doctoral.
- Romero, R., Gallego, R., & Monticelli, A. (1996). Transmission System Expansion Planning by Simulated Annealing. *IEEE Transactions on Power Systems, Volumen 11 Número 1*, 364-369.
- Romero, S. (2007). *Descomposição lagrangeana aplicada ao problema de planejamento da expansão de sistemas de transmissão de energia elétrica considerando cenários de incertezas*. Rio de janeiro: UFRJ, tesis doctoral.

- Saboori, H., Mohammadi, M., & Taghe, R. (2011). Composite Generation and Transmission Expansion Planning Considering the Impact of Wind Power Penetration. *Power and Energy Engineering Conference (APPEEC)*, 1-6.
- Sharifnia, A., & Aashtiani, M. (1985). Transmission network planning: a method for synthesis of minimum cost secure networks. *Power Apparatus and Systems, IEEE Transactions on*, 2025-2034.
- Shivaie, M., Sepasian, M. S., & Sheikh-EI-Eslami, M. K. (2011). MULTI-OBJECTIVE TRANSMISSION EXPANSION PLANNING USING FUZZY-GENETIC ALGORITHM. *IJST, Transactions of Electrical Engineering, Volumen 35 Número E2*, 141-159.
- Sousa, A. S., & Asada, E. (2012). Uma nova abordagem branch and cut aplicada ao problema de planejamento da expansão de sistemas de transmissão de gran porte. *Controle & automação volumen 23 número 1*, 108-119.
- Sousa, A., & Asada, E. (2011). A Heuristic Method Based on the Branch and Cut Algorithm to the Transmission System Expansion Planning Problem. *Power and Energy Society General Meeting*, 1-6.
- UPME, S. d. (2010). *Plan Preliminar de Expansión de Referencia Generación – Transmisión 2011-2025*. UPME. Ministerio de Minas y Energía.
- Villasana, R. (1984). *Transmission network planning using linear and linear mixed integer programming*. Rensselaer Polytechnic Institute, tesis doctoral.
- Villasana, R., Garver, L., & Salon, S. (1985). Transmission Network Planning Using Linear Programming. *Power Apparatus and Systems, IEEE Transactions on*, 349-356.
- Wolsey, L. (1998). *Integer programming*. Wiley New York.

- Yimchuen, K., & Udomwongseeree, K. (2011). Transmission Expansion Planning with consideration of voltage stability using Genetic Algorithm. *Electrical Engineering/Electronics, Computer, Telecommunications and Information Technology (ECTI-CON), 2011 8th International Conference on*, 909-912.
- Zhang, H., Heydt, G., Vittal, V., & Quintero, J. (2013). An Improved Network Model for Transmission Expansion Planning Considering Reactive Power and Network Losses. *Power Systems, IEEE Transactions on*, 1-9.
- Zhang, H., Vittal, V., Heydt, G., & Quintero, J. (2012). A Mixed-Integer Linear Programming Approach for Multi-Stage Security-Constrained Transmission Expansion Planning. *Power Systems, EE Transactions on* , volumen 27, número 2,, 1125-1133.

## APÉNDICE A – DATOS DE LOS SISTEMAS DE PRUEBA

A continuación se presentan los datos de generación, demanda y características de los corredores de transmisión para los sistemas de prueba utilizados en este trabajo.

### A.1 SISTEMA GARVER SIN REDESPACHO

nodo	Generación (MW)	Demanda (MW)
1	50	80
2	0	240
3	165	40
4	0	160
5	0	240
6	545	0

Tabla 48: Datos de generación y demanda para el sistema Garver sin redespatcho

i	j	$n_{ij}^0$	$x_{ij}(\text{p.u.})$	$F_{ij}^{\max}(\text{MW})$	$C_{ij}(10^3 \text{ US \$})$
1	2	1	0,40	100	40
1	3	0	0,38	100	38
1	4	1	0,60	80	60
1	5	1	0,20	100	20
1	6	0	0,68	70	68
2	3	1	0,20	100	20
2	4	1	0,40	100	40
2	5	0	0,31	100	31
2	6	0	0,30	100	30
3	4	0	0,59	82	59
3	5	1	0,20	100	20
3	6	0	0,48	100	48
4	5	0	0,63	75	63
4	6	0	0,30	100	30
5	6	0	0,61	78	61

Tabla 49: Datos de los corredores de transmisión para el sistema Garver.



## A.2 SISTEMA SUR BRASILEIRO SIN REDESPACHO

Nodo	Generación (MW)	Demanda (MW)
1	0	0
2	0	443,1
3	0	0
4	0	300,7
5	0	238
6	0	0
7	0	0
8	0	72,2
9	0	0
10	0	0
11	0	0
12	0	511,9
13	0	185,8
14	944	0
15	0	0
16	1366	0
17	1000	0
18	0	0
19	773	0
20	0	1091,2
21	0	0
22	0	81,9
23	0	458,1
24	0	478,2
25	0	0
26	0	231,9
27	54	0
28	730	0
29	0	0
30	0	0
31	310	0
32	450	0
33	0	229,1
34	221	0
35	0	216
36	0	90,1
37	212	0
38	0	216
39	221	0
40	0	262,1
41	0	0
42	0	1607,9
43	0	0
44	0	79,1
45	0	86,7
46	599	0

Tabla 50: Datos de generación y demanda para el sistema Sur Brasileiro sin redespatcho.

i	j	$n_{ij}^0$	$x_{ij}(\text{p.u.})$	$F_{ij}^{\max}(\text{MW})$	$C_{ij}(10^6 \text{ US \$})$
1	7	1	0,0616	270	4349
1	2	2	0,1065	270	7076
4	9	1	0,0924	270	6217
5	9	1	0,1173	270	7732
5	8	1	0,1132	270	7480
7	8	1	0,1023	270	6823
4	5	2	0,0566	270	4046
2	5	2	0,0324	270	2581
8	13	1	0,1348	240	8793
9	14	2	0,1756	220	11267
12	14	2	0,074	270	5106
14	18	2	0,1514	240	9803
13	18	1	0,1805	220	11570
13	20	1	0,1073	270	7126
18	20	1	0,1997	200	12732
19	21	1	0,0278	1500	32632
16	17	1	0,0078	2000	10505
17	19	1	0,0061	2000	8715
14	26	1	0,1614	220	10409
14	22	1	0,084	270	5712
22	26	1	0,079	270	5409
20	23	2	0,0932	270	6268
23	24	2	0,0774	270	5308
26	27	2	0,0832	270	5662
24	34	1	0,1647	220	10611
24	33	1	0,1448	240	9399
33	34	1	0,1265	270	8288
27	36	1	0,0915	270	6167
27	38	2	0,208	200	13237
36	37	1	0,1057	270	7025
34	35	2	0,0491	270	3591
35	38	1	0,198	200	12631
37	39	1	0,0283	270	2329
37	40	1	0,1281	270	8389
37	42	1	0,2105	200	13388
39	42	3	0,203	200	12934
40	42	1	0,0932	270	6268
38	42	3	0,0907	270	6116
32	43	1	0,0309	1400	35957
42	44	1	0,1206	270	7934
44	45	1	0,1864	200	11924
19	32	1	0,0195	1800	23423
46	19	1	0,0222	1800	26365
46	16	1	0,0203	1800	24319
18	19	1	0,0125	600	8178
20	21	1	0,0125	600	8178
42	43	1	0,0125	600	8178
2	4	0	0,0882	270	5695
14	15	0	0,0374	270	2884
46	10	0	0,0081	2000	10889
4	11	0	0,2246	240	14247
5	11	0	0,0915	270	6167

Tabla 51: Datos de los corredores de transmisión para el sistema Sur Brasileiro.

Continuación tabla 51.

i	j	$n_{ij}^0$	$x_{ij}(\text{p.u.})$	$F_{ij}^{\max}(\text{MW})$	$C_{ij}(10^6 \text{ US \$})$
46	6	0	0,0128	2000	16005
46	3	0	0,0203	1800	24319
16	28	0	0,0222	1800	26365
16	32	0	0,0311	1400	36213
17	32	0	0,0232	1700	27516
19	25	0	0,0325	1400	37748
21	25	0	0,0174	2000	21121
25	32	0	0,0319	1400	37109
31	32	0	0,0046	2000	7052
28	31	0	0,0053	2000	7819
28	30	0	0,0058	2000	8331
27	29	0	0,0998	270	6672
26	29	0	0,0541	270	3894
28	41	0	0,0339	1300	39283
28	43	0	0,0406	1200	46701
31	41	0	0,0278	1500	32632
32	41	0	0,0309	1400	35957
41	43	0	0,0139	2000	17284
40	45	0	0,2205	180	13994
15	16	0	0,0125	600	8178
46	11	0	0,0125	600	8178
24	25	0	0,0125	600	8178
29	30	0	0,0125	600	8178
40	41	0	0,0125	600	8178
2	3	0	0,0125	600	8178
5	6	0	0,0125	600	8178
9	10	0	0,0125	600	8178

## APENDICE B – TRABAJOS PUBLICADOS

Durante el desarrollo de esta investigación se publicó el siguiente artículo:

- Escobar, L., Duque, A., Melchor, J., & Escobar, A. (2012). Planeamiento de sistemas de transmisión de energía eléctrica usando AMPL. *Scientia et Technica [Online]*, Volumen 2 Número 51, 22 - 27.
- Escobar, L., Escobar, A., Melchor, J. & Duque, A. (2013). Identificación de variables principales en el planeamiento de redes de transmisión usando técnicas heurísticas basadas en PLE y PNLE. *Scientia et Technica [Online]*, Volumen 18 Número 1, 42 - 50.

# Planeamiento de sistemas de transmisión de energía eléctrica usando AMPL

## Electric energy transmission systems planning using AMPL

Laura Monica Escobar Vargas, Alejandro Duque Gomez, Jose Nicolas Melchor gutierrez, Antonio Hernando Escobar Zuluaga

Ingeniería Eléctrica, Universidad Tecnológica de Pereira, Pereira

lamoescobar@utp.edu.co

aduque55@utp.edu.co

jnmelchor@utp.edu.co

aescobar@utp.edu.co

**Resumen—** Se analizan los resultados obtenidos al resolver distintos modelos matemáticos que representan el problema de planeamiento de sistemas de transmisión de energía eléctrica, a través del programa de modelamiento matemático AMPL y los solvers de optimización CPLEX y KNITRO. Los resultados obtenidos son comparados con soluciones óptimas conocidas de la literatura especializada para los sistemas de prueba utilizados. Se presenta una alternativa de prueba de modelos de planeamiento de la transmisión utilizando programas de modelamiento y solvers existentes como un paso previo a la implementación de dichos modelos usando solvers propios, basados en técnicas metaheurísticas y exactas, que resuelvan problemas de la vida real de gran tamaño y complejidad, que los solvers comerciales no logran resolver.

**Palabras clave—** AMPL, métodos de solución exactas. Planeamiento de sistemas de transmisión, solvers.

**Abstract—** The results obtained by modeling the transmission expansion planning problem using the mathematical modeling software AMPL and solving it using the optimization software packages CPLEX and KNITRO are analyzed. The obtained results are compared with optimal solutions from different test systems found in the literature. An alternative test to the mathematical models that uses modeling software and commercial solvers is presented as a previous step to the implementation of those models using self-made solvers based on metaheuristics and exact techniques that can solve the real life complex problem that the commercial solver can't solve.

**Key Word —** AMPL, exact solution methods, solvers, transmission expansion planning.

### 1. INTRODUCCIÓN

En el problema del planeamiento de la expansión de sistemas de transmisión de energía eléctrica, a largo plazo, se determina la cantidad y ubicación de líneas y transformadores que deben ser adicionados para el

correcto funcionamiento del sistema de potencia, dado un escenario de generación y demanda proyectado en un periodo de 10 o más años.

Este problema se encuentra en la categoría de problemas no lineales enteros mixtos de difícil solución. El modelo del problema puede ser escrito de forma que pueda resolverse usando técnicas de programación lineal sucesiva o de programación lineal entera. En el caso de las técnicas lineales sucesivas, el proceso es guiado por técnicas heurísticas. El problema es multimodal, lo que implica la presencia de múltiples soluciones subóptimas.

Este problema ha sido resuelto, en los casos en que puede encontrarse la solución óptima, usando técnicas heurísticas, metaheurísticas, exactas y combinaciones de las anteriores. Garver [1] fue el primero en proponer un modelo basado en el concepto de flujo de carga y también el primero en sugerir el uso de conceptos de optimización para resolver este problema.

Más adelante se desarrollaron métodos de optimización matemática exacta que combinan programación lineal y programación dinámica [2], y los métodos heurísticos constructivos basados en sensibilidad [3].

En este artículo se presenta la solución al problema de planeamiento de la expansión del sistema de transmisión usando 4 modelos básicos: el modelo de transporte, híbrido lineal, lineal disyuntivo y de flujo de carga DC, los cuales se implementan en el lenguaje de modelamiento matemático AMPL y se resuelven usando los paquetes de optimización (solvers) CPLEX y KNITRO. A lo largo de este artículo se muestran las ventajas que trae consigo el uso de AMPL y los solvers en el análisis preliminar de un problema de optimización de alta complejidad como lo es el planeamiento de la expansión de sistemas de transmisión.

Se presenta un procedimiento que resulta exitoso cuando se resuelven problemas de planeamiento de complejidad baja y

Fecha de Recepción: 18 de Mayo de 2012

Fecha de Aceptación: 30 de Agosto de 2012

media, permitiendo un análisis previo del impacto que puedan producir distintas modificaciones al modelo del problema, como un paso previo a la implementación de metodologías de solución que usan técnicas robustas de programación lineal entera (PLE) y programación no lineal entera (PNLE), como las técnicas híbridas basadas en la combinación de metaheurísticas y técnicas exactas eficientes. El análisis preliminar de los impactos que produce en la solución, las variantes propuestas a los modelos, permite al investigador implementar procedimientos robustos, que requieren de tiempos largos de desarrollo e implementación en computador, usando los modelos ya evaluados y que los *solver* comerciales no logran resolver en problemas de la vida real de gran tamaño y complejidad.

## II. CONTENIDO

### A. Modelamiento matemático

Se utilizan diversos tipos de modelos, utilizados en la literatura especializada, para la representación de los sistemas eléctricos de transmisión: el modelo de transportes, el modelo DC, el modelo híbrido lineal y el modelo lineal disyuntivo.

#### 1) Modelo de transportes.

Fue el primer modelo matemático propuesto para el problema de planeamiento de la transmisión de energía eléctrica [1]. Con este modelo se dio inicio a la sistematización de los diferentes problemas de planeamiento de la expansión de sistemas de transmisión de energía eléctrica. El modelo de transportes surge como una alternativa al modelo de flujo de carga AC, que presenta grandes dificultades para ser resuelto con las técnicas de optimización existentes, cuando se usa para representar el problema de planeamiento. Se trata de un modelo relajado donde sólo se exige el cumplimiento de la primera ley de Kirchhoff.

$$\min v = \sum_{(i,j) \in \Omega} c_{ij} n_{ij} \quad (1)$$

s.a.

$$Sf + g = d$$

$$|f_{ij}| \leq (n_{ij}^o + n_{ij}) \bar{f}_{ij}$$

$$0 \leq g_i \leq \bar{g}_i$$

$$0 \leq n_{ij} \leq \bar{n}_{ij}$$

$$n_{ij} \text{ entero, } \bar{f}_{ij} \text{ irrestricto}$$

Dónde:

$C_{ij}$ , es el costo de un circuito que puede ser adicionado entre los nodos  $i$ - $j$ .

$n_{ij}$ , numero de circuitos adicionados entre los nodos  $i$ - $j$

$S$ , matriz de incidencia nodo-rama del sistema.

$\bar{n}_{ij}$ , es el número máximo de adiciones permitidas en el corredor  $i$ - $j$ .

$n_{ij}^o$ , numero de circuitos existentes en la red inicial en el corredor  $i$ - $j$ .

$f_{ij}$ , flujo de potencia total en el corredor  $i$ - $j$ .

$\bar{f}_{ij}$ , flujo máximo en un circuito del corredor  $i$ - $j$ .

$S$ , es la matriz incidencia nodo-rama

$g_i$ , generación del nodo  $i$ .

$d_i$ , demanda del nodo  $i$ .

#### 2) Modelo híbrido lineal:

Es un modelo intermedio entre el modelo de transportes y el modelo de flujo de carga DC. En este caso, se aplica la primera ley de Kirchhoff a las adiciones de circuitos en corredores nuevos y en corredores existentes. A los circuitos que ya se encuentran en la red base se les aplica la primera y la segunda ley de Kirchhoff.

$$\min v = \sum_{(i,j) \in \Omega} c_{ij} n_{ij} \quad (2)$$

s.a.

$$S'f' + S_o f_o + g = d$$

$$f_{ij}^o = (\theta_i - \theta_j) \gamma_{ij} n_{ij}^o$$

$$|\theta_i - \theta_j| \leq \bar{f}_{ij} x_{ij}$$

$$n_{ij} \leq (\bar{n}_{ij} - n_{ij}^o)$$

$$|f_{ij}| \leq (n_{ij} + n_{ij}^o) \bar{f}_{ij}$$

$$\bar{g}_i \leq g_i \leq \bar{g}_i$$

$$\theta_k = 0; k : \text{índice del nodo de referencia}$$

$$n_{ij} \text{ entero.}$$

$$g_i, f_{ij}, \theta_i, \text{ Irrestrictos.}$$

Dónde:

$C_{ij}$ , costo de construcción de un circuito entre los nodos  $i$  y  $j$ .

$n_{ij}$ , numero de circuitos adicionados entre los nodos  $i$ - $j$

$S$ , matriz de incidencia nodo-rama del sistema.

$f_{ij}$ , flujo de potencia activa entre los nodos  $i$  y  $j$ .



$\overline{f_{ij}}$ , capacidad de transmisión de potencia activa de la línea conectada entre los nodos  $i$  y  $j$ .

$g_i$ , generación del nodo  $i$ .

$d_i$ , demanda del nodo  $i$ .

$\theta_i$ , ángulo de la tensión en el nodo  $i$ .

$\gamma_{ij}$ , susceptancia de la línea conectada entre los nodos  $i$  y  $j$ .

$x_{ij}$ , reactancia de la línea conectada entre los nodos  $i$  y  $j$ .

$\Omega$ , conjunto de todos los corredores donde se pueden realizar nuevas conexiones.

### 3) Modelo DC

En este modelo se aplican las dos leyes de Kirchhoff tanto a los circuitos existentes en la red base como a los circuitos adicionados en corredores nuevos o existentes. Para permitir encontrar una solución en los casos en que no existe suficiente capacidad de transmisión, se agrega un generador ficticio en cada nodo de carga.

$$\min v = \sum_{(i,j) \in \Omega} C_{ij} n_{ij} + \alpha \sum_{i \in \Omega_i} r_i \quad (3)$$

s.a.

$$sf + g + r = d$$

$$f_{ij} - (\theta_i - \theta_j)(n_{ij} + n_{ij}^0)\gamma_{ij} = 0$$

$$|\theta_i - \theta_j| \leq \overline{f_{ij}} x_{ij}$$

$$0 \leq g_i \leq g_{i\max}$$

$$r_i \leq d_i$$

$$\theta_k = 0 \rightarrow \text{slack}$$

$$n_{ij} \rightarrow \text{entero}$$

$$g_i, \theta_i, r_i, f_{ij} \rightarrow \text{real}$$

Donde:

$C_{ij}$ , costo de construcción de un circuito entre los nodos  $i$  y  $j$ .

$n_{ij}$ , numero de circuitos adicionados entre los nodos  $i$ - $j$

$\alpha$ , parámetro de penalización. Busca que la generación ficticia en la solución final sea mínima (nula).

$r_i$ , generación ficticia en el nodo  $i$ .

$s$ , matriz de incidencia nodo-rama del sistema.

$f_{ij}$ , flujo de potencia activa entre los nodos  $i$  y  $j$ .

$\overline{f_{ij}}$ , capacidad de transmisión de potencia activa de la línea conectada entre los nodos  $i$  y  $j$ .

$g_i$ , generación del nodo  $i$ .

$d_i$ , demanda del nodo  $i$ .

$\theta_i$ , ángulo de la tensión en el nodo  $i$ .

$\gamma_{ij}$ , susceptancia de la línea conectada entre los nodos  $i$  y  $j$ .

$x_{ij}$ , reactancia de la línea conectada entre los nodos  $i$  y  $j$ .

$\Omega$ , conjunto de todos los corredores donde se pueden realizar nuevas conexiones.

$\Omega_i$ , conjunto de nodos del sistema con carga.

### 4) Modelo Lineal Disyuntivo:

Es una modificación del modelo DC, que es un modelo no lineal entero mixto, para convertirlo en un problema lineal entero con variables binarias. Esto se logra reemplazando los términos cuadráticos por relaciones lineales independientes con variables binarias.

$$\min v = \sum_{(i,j) \in \Omega} \sum_{k=1}^n C_{ij} Y_{ijk} + \alpha \sum_{i \in \Omega_i} r_i \quad (4)$$

s.a.

$$sf + g + r = d$$

$$f_{ijk} - (\theta_i - \theta_j)\gamma_{ij} = M(1 - Y_{ijk})$$

$$f_{ij}^0 - (\theta_i - \theta_j)n_{ij}^0\gamma_{ij} = 0$$

$$|\theta_i - \theta_j| \leq \overline{f_{ij}} x_{ij}$$

$$0 \leq g_i \leq g_{i\max}$$

$$r_i \leq d_i$$

$$\theta_k = 0 \rightarrow \text{slack}$$

$$Y_{ijk} \rightarrow \text{binario}$$

$$g_i, \theta_i, r_i, f_{ij} \rightarrow \text{real}$$

Donde:

$C_{ij}$ , costo de construcción de un circuito entre los nodos  $i$  y  $j$ .

$Y_{ijk}$ , variable de decisión. Representa un circuito conectado entre los nodos  $i$  y  $j$ .

$\alpha$ , parámetro de penalización. Busca que la generación ficticia en la solución final sea mínima (nula).

$r_i$ , generación ficticia en el nodo  $i$ .

$s$ , matriz de incidencia nodo-rama del sistema.

$f_{ij}$ , flujo de potencia activa entre los nodos  $i$  y  $j$ .

$\overline{f_{ij}}$ , capacidad de transmisión de potencia activa de la línea conectada entre los nodos  $i$  y  $j$ .

$g_i$ , generación en el nodo  $i$ .

$d_i$ , demanda en el nodo  $i$ .

$\theta_i$ , desfase angular de la tensión en el nodo  $i$ .

$\gamma_{ij}$ , susceptancia de la línea conectada entre los nodos  $i$  y  $j$ .

$M$ , parámetro de valor muy grande que permite la inclusión de la 2LK asociada a la variable binaria cuyo valor sea 1.

$n_{ij}$ , cantidad de circuitos construidos entre los nodos  $i$  y  $j$ .

$x_{ij}$ , reactancia de la línea conectada entre los nodos  $i$  y  $j$ .

$\Omega$ , conjunto de todos los corredores donde se pueden realizar nuevas conexiones.

$\Omega_i$ , conjunto de nodos del sistema con carga.

En este modelo se debe determinar un valor adecuado del parámetro  $M$  para el correcto funcionamiento del sistema de solución del problema. Este valor se ajusta mediante pruebas de ensayo y error para cada caso particular.

#### B. AMPL y Solvers

AMPL (*A Mathematical Programming Language*) es un lenguaje de modelamiento algebraico para problemas de optimización diseñado e implementado para ayudar al usuario a desarrollar y probar modelos de programación matemática. Permite la definición de variables enteras y variables continuas.

Una de las mayores ventajas que ofrece AMPL es la facilidad de síntesis que permite, ya que se asemeja en gran medida a la forma tradicional de escribir el problema de optimización (Función Objetivo y restricciones).

El planteamiento de un problema de optimización en AMPL cuenta con la siguiente estructura básica:

- Definición de conjuntos: Formados por los elementos del problema que definen el tamaño de los vectores y matrices que son ingresados al *solver*. Para el problema de planeamiento de sistemas de transmisión se usaron como conjuntos el número de barras y corredores del sistema.
- Definición de parámetros: Valores constantes característicos del sistema. Para el problema de planeamiento de sistemas de transmisión se definieron como parámetros la generación y la demanda de las barras, capacidad, reactancia y costo de las líneas de transmisión, cantidad de circuitos existentes y número máximo de circuitos existentes por corredor.
- Declaración de variables: Son las incógnitas del problema a resolver. Para el problema de planeamiento de sistemas de transmisión se declararon como variables el número de circuitos a adicionar, la generación y el racionamiento.

- Definición de la función objetivo: Es la función que relaciona las variables del problema a ser optimizadas.
- Definición de restricciones: Son expresiones matemáticas de igualdad o desigualdad que limitan el valor de las variables del problema. Según el modelo se definieron como restricciones la primera y la segunda ley de Kirchhoff, límites de generación, corte de carga y límite de circuitos por corredor.

Es de resaltar que la implementación de esta estructura en AMPL comparada con la misma implementación en lenguajes de programación convencionales (C++, Fortran, MATLAB) es mucho más sencilla, reduciendo considerablemente el número de líneas de código y el esfuerzo de construcción.

Un *solver* es un programa matemático (disponible en forma de librería o como programa independiente) que resuelve un problema matemático. Los *solvers* cuentan con algoritmos para solucionar diferentes tipos de problemas y son especializados.

AMPL constituye la interfaz entre el usuario y el *solver* (técnica exacta de solución que se desea utilizar). Una vez el usuario realiza la descripción del problema en AMPL, se indica el *solver* que se desea emplear. El problema es traducido por el AMPL a un formato que el *solver* pueda comprender y el AMPL recibe la solución entregada por el *solver* y se la presenta al usuario usando formatos simples. AMPL soporta una gran cantidad de *solvers*, incluidos CPLEX y KNITRO, empleados en este artículo, y que resuelven problemas de optimización de PLE y PNLE.

CPLEX es un programa de computador desarrollado por IBM capaz de resolver problemas de programación lineal (PL) y problemas de programación lineal entera (PLE) usando el método SIMPLEX o sus variantes, el método de punto interior y métodos de programación lineal entera como *Branch and Cut*. Este *solver* fue empleado para los modelos de planeamiento de expansión de sistemas de transmisión del tipo lineal (Transportes, Híbrido lineal y lineal disyuntivo).

KNITRO (*Nonlinear Interior point Trust Region Optimization*), por otro lado, es un *solver* especializado en problemas de optimización matemática de programación no lineal entera (PNLE). Aunque también cuenta con la capacidad de resolver problemas de programación lineal. KNITRO cuenta con tres algoritmos básicos para solucionar los problemas de optimización, entre los que se encuentra el método de punto interior. Este *solver* fue empleado para el modelo DC, ya que este modelo es no lineal.

### III. PRUEBAS Y RESULTADOS

Todos los modelos fueron representados a partir del lenguaje de modelamiento matemático AMPL y se usaron los paquetes de



optimización matemática CPLEX (para los modelos de Transportes, Híbrido Lineal y Lineal disyuntivo) y KNITRO (para el modelo DC) como técnicas de solución.

Cada modelo fue analizado para los sistemas de prueba Garver (6 nodos y 15 líneas candidatas), y sur Brasileiro (46 nodos y 79 líneas candidatas). Según permitiera o no el sistema de prueba, se resolvió el problema tanto para el caso con redespacho como para el caso sin redespacho.

#### Sistema Garver con redespacho:

	Transp.	Híbrido	DC	Disyun.
<b>Costo de inversión (10<sup>3</sup> US \$)</b>	110	110	130	110
<b>Adiciones en corredores</b>	n <sub>2-6</sub> : 3 n <sub>3-5</sub> : 1	n <sub>3-5</sub> : 1 n <sub>4-6</sub> : 3	n <sub>2-3</sub> : 1 n <sub>1-5</sub> : 1 n <sub>4-6</sub> : 3	n <sub>3-5</sub> : 1 n <sub>4-6</sub> : 3

**Tabla 1.** Resultados para el sistema Garver con redespacho

#### Sistema Garver sin redespacho:

	Transp.	Híbrido	DC	Disyun.
<b>Costo de inversión (10<sup>3</sup> US \$)</b>	200	200	200	200
<b>Adiciones en corredores</b>	n <sub>1-5</sub> : 1 n <sub>2-6</sub> : 4 n <sub>4-6</sub> : 2	n <sub>2-6</sub> : 3 n <sub>3-5</sub> : 1 n <sub>4-6</sub> : 3	n <sub>2-6</sub> : 4 n <sub>1-5</sub> : 1 n <sub>4-6</sub> : 2	n <sub>2-6</sub> : 4 n <sub>3-5</sub> : 1 n <sub>4-6</sub> : 2

**Tabla 2.** Resultados para el sistema Garver sin redespacho

#### Sistema Sur Brasileiro con redespacho:

	Transp.	Híbrido	DC	Disyun.
<b>Costo de inversión (10<sup>3</sup> US \$)</b>	53334	63163	72870	72870
<b>Adiciones en</b>	n <sub>33-34</sub> : 1 n <sub>20-21</sub> : 2 n <sub>42-43</sub> : 1	n <sub>20-23</sub> : 1 n <sub>20-21</sub> : 2 n <sub>42-43</sub> : 1	n <sub>2-5</sub> : 1 n <sub>13-20</sub> : 1 n <sub>20-23</sub> : 1	n <sub>2-5</sub> : 1 n <sub>13-20</sub> : 1 n <sub>20-23</sub> : 1

	Transp.	Híbrido	DC	Disyun.
<b>Costo de inversión (10<sup>3</sup> US \$)</b>	127272	141350	154420	154420
<b>Adiciones en corredores</b>	n <sub>14-22</sub> : 1 n <sub>18-19</sub> : 1 n <sub>20-21</sub> : 1 n <sub>42-43</sub> : 2 n <sub>5-11</sub> : 2 n <sub>25-32</sub> : 1 n <sub>31-32</sub> : 1 n <sub>28-31</sub> : 1 n <sub>28-30</sub> : 1 n <sub>26-29</sub> : 2 n <sub>26-29</sub> : 2 n <sub>24-25</sub> : 2 n <sub>46-11</sub> : 1 n <sub>29-30</sub> : 1 n <sub>24-25</sub> : 2	n <sub>20-21</sub> : 1 n <sub>42-43</sub> : 2 n <sub>46-6</sub> : 1 n <sub>25-32</sub> : 1 n <sub>31-32</sub> : 1 n <sub>19-25</sub> : 1 n <sub>31-32</sub> : 1 n <sub>28-30</sub> : 1 n <sub>26-29</sub> : 3 n <sub>24-25</sub> : 2 n <sub>29-30</sub> : 2 n <sub>5-6</sub> : 1 n <sub>5-6</sub> : 2	n <sub>20-21</sub> : 1 n <sub>42-43</sub> : 2 n <sub>46-6</sub> : 1 n <sub>19-25</sub> : 1 n <sub>31-32</sub> : 1 n <sub>28-30</sub> : 1 n <sub>26-29</sub> : 3 n <sub>24-25</sub> : 2 n <sub>29-30</sub> : 2 n <sub>5-6</sub> : 2	n <sub>20-21</sub> : 1 n <sub>42-43</sub> : 2 n <sub>46-6</sub> : 1 n <sub>19-25</sub> : 1 n <sub>31-32</sub> : 1 n <sub>28-30</sub> : 1 n <sub>26-29</sub> : 3 n <sub>24-25</sub> : 2 n <sub>29-30</sub> : 2 n <sub>5-6</sub> : 2
<b>corredores</b>	n <sub>5-11</sub> : 2 n <sub>46-11</sub> : 1	n <sub>46-6</sub> : 1 n <sub>5-6</sub> : 2	n <sub>20-21</sub> : 2 n <sub>42-43</sub> : 1 n <sub>46-6</sub> : 1 n <sub>5-6</sub> : 2	n <sub>20-21</sub> : 2 n <sub>42-43</sub> : 1 n <sub>46-6</sub> : 1 n <sub>5-6</sub> : 2

**Tabla 4.** Resultados para el sistema Sur Brasileiro con redespacho

#### Sistema Sur Brasileiro sin redespacho

**Tabla 5.** Resultados para el sistema sur Brasileiro sin redespacho

Al comparar los resultados obtenidos para los sistemas Garver y sur brasileiro con los obtenidos en la referencia [4], se puede observar que para el sistema Garver con redespacho, se presentó una adición de línea no óptima en el modelo DC. Para el caso sin redespacho, se lograron reproducir los resultados óptimos.

Para el sistema sur brasileiro con redespacho, se obtuvieron soluciones idénticas para los modelos de transportes e híbrido lineal. Para el caso del modelo DC y el lineal disyuntivo, se obtuvo una respuesta ligeramente mayor (el circuito entre los nodos 2 y 5 no hace parte de la solución óptima).

Cabe resaltar que en el modelo lineal disyuntivo debe determinar un valor adecuado del parámetro  $M$  para el correcto funcionamiento del sistema de solución del problema. Este valor se ajusta mediante pruebas de ensayo y error para cada caso particular.

A pesar de que cada modelo tiene bien establecida su función objetivo y sus restricciones, a la hora de plantear estos modelos en AMPL se debe ser cuidadoso de no plantear restricciones redundantes. Para el caso del problema de planeamiento de sistemas de transmisión de energía eléctrica, este inconveniente se presentó específicamente en el modelo de flujo de carga DC

al incluir tanto las restricciones de primera y segunda ley de Kirchhoff junto con las de capacidad de transmisión de potencia activa de los circuitos. Ya que esta última está implícita dentro de las dos primeras.

#### IV. CONCLUSIONES

Se implementó y se encontró la solución óptima en la mayoría de los casos para el problema de planeamiento de sistemas de transmisión de energía eléctrica, implementando los modelos matemáticos en el software de modelamiento AMPL y solucionándolos con los paquetes de optimización matemática CPLEX y KNITRO.

El uso de un lenguaje de modelamiento matemático como lo es AMPL, reduce significativamente la complejidad de construcción del modelo del problema en comparación con los lenguajes de programación. De manera complementaria, el uso de *solvers* elimina la necesidad de programar una técnica de solución.

KNITRO, el *solver* empleado para resolver los problemas planteados con el modelo DC debido a su no linealidad (CPLEX solo maneja problemas del tipo lineal) resultó poco eficiente a la hora de entregar una respuesta óptima. Sin embargo, es capaz de entregar respuestas factibles de buena calidad, por lo que su aplicación no puede ser descartada.

De igual manera para el modelo lineal disyuntivo, se observó la influencia del valor a ser seleccionado para M, el cual es considerado un número bastante grande. Para cada computador se encontró un valor de M con el cual el *solver* lograba llegar a la solución óptima, por lo cual si el usuario no conoce la solución óptima del problema a ser resuelto, debe realizar varios ajustes y determinar la mejor solución encontrada. Aun así se llegó a la conclusión de que el valor óptimo para M se encuentra dentro del rango de  $10^7$  y  $10^9$ , siendo más común el valor de  $10^8$ .

Debido a que los *solvers* contienen técnicas de solución exactas, a la hora de enfrentarse a problemas de optimización combinatorial de gran tamaño y complejidad tienden a quedar atrapados en soluciones óptimas locales. Sin embargo, estas técnicas pueden ser empleadas como herramientas de apoyo a técnicas de solución más robustas como las técnicas Metaheurísticas de optimización. También resultan útiles a la hora de realizar pruebas a modelos nuevos o a variaciones de un modelo existente, aplicándolas a sistemas de prueba de tamaño moderado, o para verificar rápidamente que una solución planteada como óptima cumple en realidad con todas las restricciones planteadas por el modelo con el que fue resuelto (comprobando si hay o no racionamiento en el sistema).

Otros casos donde la solución del problema de planeamiento de la expansión de sistemas de transmisión usando AMPL ha mostrado eficacia son: Determinar la influencia de considerar múltiples escenarios de generación y demanda [9]. Determinar la influencia de la aplicación de restricciones especializadas [10] o la determinación de componentes principales mediante criterios de sensibilidad [11], proyectos en los que se está trabajando actualmente.

#### REFERENCIAS

- [1] Garver, L.L., "Transmission Network Estimation Using Linear Programming," *Power Apparatus and Systems, IEEE Transactions on*, vol. PAS-89, pp. 1688 - 1697, Sept. 1970.
- [2] Dusoichet, Y.P. and El-Abiad, A.H., "Transmission planning using discrete dynamic optimization" *Power Apparatus and Systems, IEEE Transactions on*, PAS-92, n 4, p. 1358-1371, 1973.
- [3] Monticelli, A. et al. "Interactive transmission network planning using a least-effort criterion"., PAS-101, n 10, p. 3919-3925, 1982.
- [4] Haffner S.L.: "O Planejamento de Expansão dos Sistemas Elétricos no Contexto de um Ambiente Competitivo", Tesis de Doctorado, FEEC Unicamp, Julio de 2000.
- [5] Escobar A.H., Gallego R.A., Romero R.A.: "Modelos Usados en el Planeamiento de la Expansión a Largo Plazo de Sistemas de Transmisión de Energía Eléctrica". Taller de publicaciones 1ª ed. Pereira (Colombia); Universidad Tecnológica de Pereira. 2010.
- [6] Gallego R.A., Escobar A.H., Toro E.M.: "Programación Lineal y Flujo en redes". Taller de publicaciones 1ª ed. Pereira (Colombia); Universidad Tecnológica de Pereira. 2010.
- [7] Escobar, A. H., "Planeamiento Dinámico de la Expansión de Sistemas de Transmisión Usando Algoritmos Combinatoriales.", Universidad Tecnológica de Pereira, tesis de Maestría, 2002.
- [8] Fourer R., Gay D.M., Kernighan B.W., "AMPL: A modeling Language for Mathematical Programming". Second Ed. Brooks /Cole -Thomson Learning. 2003.
- [9] Escobar A.H., Gallego R.A., Romero R.A., "Transmission Network Expansion Planning Considering Uncertainty in Generation and Demand", Transmission and Distribution Conference and Exposition: Latin America, 2008 IEEE/PES.
- [10] Sousa, A.S., Asada, E.N., "Uma Nova Abordagem Branch and Cut Aplicada ao Problema de Planejamento da Expansão de Redes de Transmissão de Grande Porte" *Sba Controle & Automação*. 2012, vol 23, n 1, p.108-119.
- [11] Domínguez A.H., "Planeamiento de la Expansión de Redes de Transmisión Basado en Cambio de Nivel de Tensión.", Universidad Tecnológica de Pereira, tesis de Maestría, 2012.



# Identificación de variables principales en el planeamiento de redes de transmisión usando técnicas heurísticas basadas en PLE y PNLE

Principal variables identification in transmission network planning using heuristic techniques based on ILP and INLP

Laura Mónica Escobar Vargas, Antonio Hernando Escobar Zuluaga, José Nicolás Melchor Gutiérrez, Alejandro Duque Gómez

Ingeniería Eléctrica, Universidad Tecnológica de Pereira, Pereira, Colombia

lamoescobar@utp.edu.co

aescobar@utp.edu.co

jnmelchor@utp.edu.co

aduque55@utp.edu.co

**Resumen**— En este artículo se presenta una propuesta de reducción del espacio de solución en el problema de planeamiento de redes de transmisión que consiste en utilizar técnicas heurísticas basadas en métodos de programación lineal entera (PLE) y programación no lineal entera (PNLE) para la identificación de variables principales. El desempeño de estas técnicas se compara con el de técnicas heurísticas convencionales basadas en modelos relajados que eliminan la condición entera de las variables de decisión. Los resultados muestran un desempeño superior a las técnicas heurísticas convencionales junto a un ligero aumento del tiempo computacional en sistemas de prueba de tamaño y dificultad baja y media.

**Palabras clave**— Componentes principales, espacio de solución, heurísticas, lenguaje de modelamiento, optimización, planeamiento, sistemas de transmisión.

**Abstract**— This paper presents a proposal to reduce the solution space in the transmission network planning problem, which consists of using heuristic techniques based on integer linear programming (ILP) methods and integer non-linear programming (INLP) methods to identify principal variables. The performance of these techniques is compared to the performance of conventional techniques where the condition of integer decision variables is eliminated. The results show a superior performance to the conventional heuristic techniques with a little increase in computation time in test systems of medium and small size and medium and low difficulty.

**Key Words** — Heuristics, modeling language, optimization, planning, principal components, solution space, transmission systems

## I. INTRODUCCIÓN

En el problema del planeamiento a largo plazo de la expansión de sistemas de transmisión de energía eléctrica se determinan las inversiones que deben ser realizadas para el correcto funcionamiento del sistema eléctrico de potencia dado un escenario de generación y demanda proyectado en un periodo de 10 o más años. Las inversiones consideran la adición de nuevas subestaciones, el refuerzo de subestaciones existentes o la construcción de nuevas líneas de transmisión en corredores de transmisión nuevos o existentes.

Este problema se encuentra en la categoría de problemas no lineales enteros mixtos de difícil solución, el cual se resuelve mediante modelos matemáticos aproximados. El modelo puede ser escrito de forma que pueda resolverse usando técnicas de programación lineal sucesiva o de programación lineal entera. En el caso de las técnicas lineales sucesivas, el proceso es guiado por técnicas heurísticas. El problema es multimodal, lo que implica la presencia de múltiples soluciones subóptimas.

En [1] y [2], se encuentra una reseña histórica de la forma en que ha evolucionado el problema de planeamiento de redes de transmisión tanto en su modelamiento matemático como en las técnicas implementadas para su solución.

Cuando la complejidad del sistema es alta (gran cantidad de nodos, sistemas de transmisión altamente enmallados, gran cantidad de líneas y subestaciones candidatas y un alto nivel de desconexión), el resultado es una explosión combinatorial en la que se forma un conjunto de respuestas factibles tan grande que cualquier aproximación por medio de técnicas exactas resulta insuficiente para encontrar la solución óptima global del problema. Incluso para las técnicas de optimización combinatorial esta resulta una tarea sumamente complicada [3].

En este artículo se analiza la utilidad de usar técnicas heurísticas constructivas, basadas en métodos de programación lineal entera (PLE) y programación no lineal entera (PNLE) en la identificación eficiente de inversiones de gran importancia y que influyen considerablemente en la solución final del problema de planeamiento. El fundamento de esta metodología consiste en aprovechar la efectividad que ofrecen las técnicas heurísticas constructivas, basadas en las técnicas exactas mencionadas para reducir la cantidad de variables que constituyen el problema de planeamiento de la transmisión a un grupo reducido de variables principales, con el objetivo de mejorar el desempeño de técnicas de optimización robustas.

## II. CONTENIDO

### A. Nomenclatura

$\Omega$ , conjunto de corredores de transmisión en los que se puede hacer adiciones.

$C_{ij}$ , costo de construcción de un circuito entre los nodos  $i$ - $j$ .

$n_{ij}$ , número de circuitos adicionados entre los nodos  $i$ - $j$ .

$S$ , matriz de incidencia nodo-rama del sistema.

$\bar{n}_{ij}$ , número máximo de adiciones permitidas en el corredor  $i$ - $j$ .

$n_{ij}^o$ , número de circuitos existentes en la red inicial en el corredor  $i$ - $j$ .

$n_{ij}^k$ , número de circuitos adicionados manualmente en el corredor  $i$ - $j$ .

$f_{ij}$ , flujo de potencia total en el corredor  $i$ - $j$ .

$\bar{f}_{ij}$ , flujo de potencia máximo en un circuito del corredor  $i$ - $j$ .

$g_i$ , generación del nodo  $i$ .

$d_i$ , demanda del nodo  $i$ .

$S_o$ , matriz de incidencia nodo-rama del sistema existente.

$f'_{ij}$ , flujo de potencia activa por los elementos adicionados entre los nodos  $i$ - $j$ .

$f_{ij}^o$ , flujo de potencia activa por los elementos existentes entre los nodos  $i$ - $j$ .

$\theta_i$ , ángulo de fase de la tensión en el nodo  $i$ .

$\gamma_{ij}$ , susceptancia del elemento conectado entre los nodos  $i$ - $j$ .

$x_{ij}$ , reactancia del elemento conectado entre los nodos  $i$ - $j$ .

$\Omega_r$ , conjunto de nodos con demanda de energía eléctrica.

$\alpha$ , costo de penalización por MW no atendido.

$M$ , parámetro de valor muy grande que permite la inclusión de la 2LK asociada a la variable binaria cuyo valor sea 1.

### B. Modelamiento matemático

Diversos tipos de modelos son utilizados en la literatura especializada, para la representación del problema de planeamiento de largo plazo del sistema de transmisión de energía eléctrica: el modelo de transportes, el modelo híbrido lineal, el modelo DC y el modelo lineal disyuntivo. Los modelos planteados a continuación presentan una ligera variación respecto a los modelos presentados normalmente en la literatura especializada [4], ya que para este caso se incluye un vector  $n_{ij}^k$  que permite construir de manera iterativa las propuestas de solución según como es indicado por las técnicas heurísticas constructivas implementadas.

#### 1. Modelo de transportes.

Fue el primer modelo matemático propuesto para el problema de planeamiento de la transmisión de energía eléctrica [5]. Con este modelo se dio inicio a la sistematización de los diferentes problemas de planeamiento de la expansión de sistemas de transmisión de energía eléctrica. El modelo de transportes surge como una alternativa al modelo de flujo de carga AC, que presenta grandes dificultades para ser resuelto con las técnicas de optimización existentes, cuando se usa para representar el problema de planeamiento. Se trata de un modelo relajado donde sólo se exige el cumplimiento de la primera ley de Kirchhoff.

$$\begin{aligned} \min v = & \sum_{(i,j) \in \Omega} c_{ij} n_{ij} \\ \text{s.a.} & Sf + g = d \\ & |f_{ij}| \leq (n_{ij}^o + n_{ij}^k + n_{ij}) \bar{f}_{ij} \\ & 0 \leq g_i \leq \bar{g}_i \\ & 0 \leq n_{ij} \leq \bar{n}_{ij} \\ & n_{ij} \text{ entero} \end{aligned} \quad (1)$$

#### 2. Modelo híbrido lineal:

Es un modelo intermedio entre el modelo de transportes y el modelo de flujo de carga DC. En este caso, se aplica la primera ley de Kirchhoff tanto a la red base como a la red formada por los elementos adicionados. A la red base se le aplica adicionalmente la segunda ley de Kirchhoff.

$$\begin{aligned} \min v = & \sum_{(i,j) \in \Omega} c_{ij} n_{ij} \\ \text{s.a.} & \end{aligned} \quad (2)$$



$$\begin{aligned}
Sf' + S_o f_o + g &= d \\
f_{ij}'' &= (\theta_i - \theta_j) \gamma_{ij}'' n_{ij}'' \\
|\theta_i - \theta_j| &\leq \overline{f_{ij}} x_{ij} \\
|f_{ij}| &\leq (n_{ij} + n_{ij}^k + n_{ij}^o) \overline{f_{ij}} \\
\underline{g_i} &\leq g_i \leq \overline{g_i} \\
0 &\leq n_{ij} \leq \overline{n_{ij}} \\
\theta_k &= 0; \text{ k: índice del nodo slack} \\
n_{ij} &\text{ entero}
\end{aligned}$$

### 3. Modelo DC

En este modelo se aplican la primera y segunda ley de Kirchhoff tanto a los elementos existentes en la red base como a aquellos adicionados en corredores nuevos o existentes. Para permitir encontrar una solución en los casos en que no existe suficiente capacidad de transmisión, se agrega un generador ficticio en cada nodo de carga. El modelo DC es no lineal entero-mixto (PNLEM).

$$\begin{aligned}
\min v &= \sum_{(i,j) \in \Omega} C_{ij} n_{ij} + \alpha \sum_{i \in \Omega_c} r_i \quad (3) \\
s.a. \\
sf + g + r &= d \\
f_{ij} &= (\theta_i - \theta_j) (n_{ij} + n_{ij}^k + n_{ij}^o) \gamma_{ij} \\
|\theta_i - \theta_j| &\leq \overline{f_{ij}} x_{ij} \\
\underline{g_i} &\leq g_i \leq \overline{g_i} \\
0 &\leq r_i \leq \overline{d_i} \\
0 &\leq n_{ij} \leq \overline{n_{ij}} \\
\theta_k &= 0; \text{ k: índice del nodo slack} \\
n_{ij} &\text{ entero}
\end{aligned}$$

### 4. Modelo Lineal Disyuntivo:

Es una modificación del modelo DC, que es un modelo no lineal entero mixto, para convertirlo en un problema lineal entero con variables binarias. Esto se logra reemplazando la no linealidad del modelo DC (causada por el producto entre el ángulo de fase y el número de adiciones para cada corredor de transmisión) por relaciones lineales independiente con variables binarias.

$$\begin{aligned}
\min v &= \sum_{(i,j) \in \Omega} \sum_{k=1}^{\overline{n_{ij}}} C_{ij} Y_{ijk} + \alpha \sum_{i \in \Omega_c} r_i \quad (4) \\
s.a.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
Sf + g + r &= d \\
f_{ijk} - (\theta_i - \theta_j) \gamma_{ij} &\leq M(1 - Y_{ijk}) \\
f_{ij}^o - (\theta_i - \theta_j) (n_{ij}^o + n_{ij}^k) \gamma_{ij} &= 0 \\
|\theta_i - \theta_j| &\leq \overline{f_{ij}} x_{ij} \\
\underline{g_i} &\leq g_i \leq \overline{g_i} \\
0 &\leq r_i \leq \overline{d_i} \\
\theta_s &= 0; \text{ s: índice del nodo slack} \\
Y_{ijk} &\text{ binario}
\end{aligned}$$

En este modelo se debe determinar un valor adecuado del parámetro  $M$  para el correcto funcionamiento del sistema de solución del problema. Este valor se ajusta mediante pruebas de ensayo y error para cada caso particular [2,5].

### C. Identificación de variables principales del planeamiento de redes de transmisión

Debido a la explosión combinatorial que presenta el problema de planeamiento de redes de transmisión, se forma todo un espacio de solución que incluye soluciones de mala y buena calidad. Comúnmente, el tamaño del espacio de solución está directamente relacionado con el tamaño del sistema a analizar, sin embargo, influyen otros factores como la conectividad de los nodos o que tan enmallado sea el sistema.

La solución de sistemas complejos con técnicas exactas puede involucrar largos periodos de tiempo, haciendo prohibitiva su aplicación. Las técnicas heurísticas convergen a sub-espacios de buena calidad, pero no encuentran la solución óptima global para el caso de sistemas complejos. Por otro lado, las técnicas metaheurísticas entregan soluciones de muy buena calidad en la mayoría de los casos, con el inconveniente de que el ajuste de parámetros de la técnica aplicada puede tardar mucho tiempo y no se garantiza encontrar la solución óptima global.

De ahí surge la importancia de desarrollar mecanismos que le permitan a la técnica de solución seleccionar sub-espacios de buena calidad de forma inteligente, que permitan encontrar rápida y fácilmente la solución óptima global o en su defecto, soluciones de muy buena calidad.

Se han realizado diferentes propuestas de este tipo para el problema de planeamiento de redes de transmisión. En [6] se disminuye el espacio de solución mediante adiciones previas de líneas de transmisión indicadas por un recocido simulado y un algoritmo GRASP (*Greedy Randomized Adaptive Search Procedure*), para ejecutar finalmente un *Branch and Bound* que termina de solucionar el problema. En [7] se adicionan restricciones al modelo matemático para evitar evaluar partes del espacio de solución donde no está la solución óptima global, esto se logra mediante la técnica *Branch and Cut*. En [8] se implementa un algoritmo genético para un número reducido de

iteraciones ("Microgenético") con el objetivo de identificar las variables principales del problema y entregarlas como datos de entrada a la técnica de solución principal (Algoritmo genético de Chu-Beasley).

Los algoritmos heurísticos constructivos aplicados tradicionalmente en el problema de planeamiento de redes de transmisión son usados en la actualidad para reducir el espacio de solución que deben explorar las técnicas de solución más robustas [9]. La característica más común y representativa de estos algoritmos es que en cada iteración se resuelve un modelo matemático relajado en el que se elimina la condición de entero de las adiciones de elementos en los corredores de transmisión, obteniendo así problemas de programación lineal y programación no lineal que son relativamente más fáciles de resolver.

#### D. Identificación de variables principales usando técnicas heurísticas basadas en PLE y PNLE

Para este caso en particular se quiso estudiar la viabilidad y utilidad de implementar algoritmos heurísticos constructivos en los que no se elimine la condición de entero de las variables de inversión. Es decir, se busca resolver de manera progresiva e iterativa el modelo exacto del problema de planeamiento de redes de transmisión, aplicación sobre el cual no se encuentra registro en la literatura especializada. A pesar de que el proceso de solución para este tipo de algoritmos a simple vista resulta más lento que los algoritmos tradicionales (en este caso, se resuelven problemas de programación lineal entera y programación no lineal entera en cada iteración), se busca un aumento en la cantidad de variables principales identificadas que pertenezcan a la solución óptima global del problema bajo un incremento tolerable del tiempo computacional empleado. Esta idea se basa en el concepto de que una técnica heurística guiada por respuestas de problemas de programación lineal entera o programación no lineal entera resulta más fiel al problema de planeamiento de redes de transmisión original, en el que se exige la condición de entero para las variables de decisión del problema.

En este estudio se compara el desempeño de las técnicas heurísticas basadas en métodos relajados (en los que se elimina la condición de entero de las variables de decisión) y el desempeño de las técnicas heurísticas basadas en métodos de programación lineal entera y programación no lineal entera (en los que se incluye la condición de entero de las variables de decisión) y que son aplicadas tradicionalmente en el problema de planeamiento de redes de transmisión. Para realizar esta comparación se propone un algoritmo heurístico constructivo básico, en el que de manera iterativa, se adiciona un elemento al corredor de transmisión con el mayor índice de sensibilidad hasta cumplir un criterio de parada que será explicado más

adelante. Se aplicaron 3 variaciones fundamentales al algoritmo básico, que permitieron analizar el desempeño de cada alternativa desde múltiples perspectivas. Las variaciones aplicadas al algoritmo heurístico constructivo básico fueron las siguientes:

- **Modelo matemático implementado:** A partir de esta variación surgen 4 algoritmos diferentes. En cada variación de este tipo se representa el problema de planeamiento de redes de transmisión mediante el modelo de transportes (1), el modelo híbrido lineal (2), el modelo DC (3) y el modelo lineal disyuntivo (4).
- **Condición de entero:** Una vez seleccionado el modelo matemático usado para representar el problema, se plantea un primer caso en que se omite la condición de entero de las variables de decisión (técnicas heurísticas basadas en modelos relajados) y un segundo caso en que se exige el cumplimiento de la condición de entero de las variables de decisión (técnicas heurísticas basadas en métodos de programación lineal entera y no lineal entera). Esta variación no se aplicó al modelo lineal disyuntivo, ya que su solución con variables continuas es igual a la del modelo DC sin la condición de entero.
- **Índice de sensibilidad:** Se usaron 3 índices de sensibilidad diferentes. El primero de ellos se basó en la cantidad de elementos a adicionar en cada corredor ( $n_{ij}$ ). El segundo índice de sensibilidad fue el producto entre la cantidad de elementos a adicionar en cada corredor y la capacidad de transmisión de potencia activa de un elemento del mismo corredor ( $n_{ij} \bar{f}_{ij}$ ). Con este índice de sensibilidad se favorecen aquellas adiciones que transmitan la mayor cantidad de potencia activa dentro de la propuesta de solución. El tercer índice de sensibilidad fue el producto entre la cantidad de elementos a adicionar en cada corredor con la capacidad de transmisión de potencia activa de un elemento del mismo corredor, dividido entre el costo de inversión de un elemento en ese corredor ( $n_{ij} \bar{f}_{ij} / C_{ij}$ ). Para este último caso se favorecen las adiciones con la mejor relación costo-beneficio.

Al combinar estas 3 variaciones fundamentales, se obtienen 21 aplicaciones diferentes del algoritmo heurístico constructivo que permiten establecer una comparación entre la clase de técnicas implementadas tradicionalmente y las propuestas en este artículo. Se aclara que a pesar de que en el modelo lineal disyuntivo no se hace distinción entre variables enteras y continuas, es considerado en este caso porque implícitamente es un modelo lineal en el que se exige la condición de entero de las variables, esto permitió realizar una comparación entre la solución obtenida con KNITRO en el modelo DC y con CPLEX en el modelo lineal disyuntivo. Para el caso en que se omite la condición de entero, el desempeño de ambos solvers con ambos modelos es idéntico.

Para todas las técnicas se estableció un criterio de parada riguroso, en el que se acude a soluciones óptimas conocidas de la literatura especializada para los sistemas de prueba utilizados (Sistema de Garver, Pereira y Sur Brasileiro), los cuales son considerados como sistemas pequeños, de baja y media complejidad. Por tal motivo se exigió a la técnica heurística constructiva que la propuesta de adición indicada por el índice de sensibilidad en cada iteración debía coincidir con alguna de las adiciones presentadas en la solución óptima conocida (Solución de referencia). Se asume por lo tanto que las variables principales para cada uno de estos sistemas son las que indica la técnica heurística en cada iteración. En el momento en que la técnica proponga una adición que no corresponde con la solución de referencia, se da por concluido el algoritmo y se cuenta la cantidad de variables principales que fueron identificadas de forma continua y que corresponden con las adiciones de la solución de referencia. El algoritmo heurístico básico implementado en este trabajo se presenta formalmente en la figura 1.

Se usó el lenguaje de modelamiento matemático AMPL en conjunto con los *solvers* CPLEX y KNITRO para resolver los modelos que se construyen en cada iteración de las técnicas heurísticas constructivas. El *solver* CPLEX fue utilizado para resolver los problemas de programación lineal y programación lineal entera formulados en los modelos de transportes, híbrido lineal y lineal disyuntivo. Por otro lado, el *solver* KNITRO fue utilizado para resolver los problemas de programación no lineal y programación no lineal entera formulados en el modelo DC. El buen desempeño de estas herramientas en la solución del problema de planeamiento de redes de transmisión es mostrado en [2].

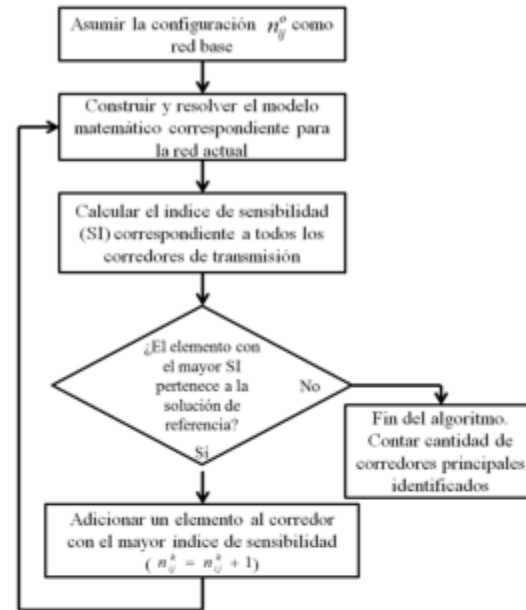


Figura 1. Algoritmo heurístico constructivo básico

### III. PRUEBAS Y RESULTADOS

Se ejecutaron todas las variaciones del algoritmo heurístico constructivo básico planteadas en la sección 2.3 para los sistemas de prueba Garver (6 nodos y 15 líneas candidatas), Pereira [11] (24 nodos y 38 líneas candidatas) y Sur Brasileiro (46 nodos y 79 líneas candidatas). Las soluciones de referencia para los sistemas Sur Brasileiro y Garver se presentan en [10], para estos dos sistemas de prueba se consideraron tanto los casos sin redespacho como los casos con redespacho. Aunque dentro de la información disponible para el sistema de prueba de Pereira se encontraban diferentes escenarios de generación proyectados para el año 2020, fue necesario crear un escenario de generación particular con redespacho para asegurar la conexión de todos los nodos en la solución final. Por tal motivo, se tomaron como soluciones de referencia las respuestas presentadas en la **Tabla 1**, obtenidas en una instancia independiente de la investigación que enmarca este artículo [11].

	Modelo matemático planteado		
	Trans.	Hib. Lin.	DC
$n_{2-5}$		1	
$n_{2-15}$			1
$n_{6-12}$	1	1	1
$n_{7-14}$	1	1	1
$n_{11-19}$	1	1	1



$n_{12-24}$	1	1	1
$n_{15-23}$	1	1	1
<b>Costo</b> [10 <sup>3</sup> US \$]	2455	2607	2636

Tabla 1. Soluciones de referencia para el sistema Pereira

A continuación se presentan los resultados obtenidos para cada uno de los algoritmos heurísticos constructivos implementados. La presentación permite una comparación directa de la cantidad de variables principales que coinciden con la solución de referencia identificadas por la técnica heurística basada en un modelo relajado y su par basada en PLE o PNLE según el caso. La palabra "Óptimo" indica que la técnica heurística solicitó de manera continua la adición de elementos pertenecientes a la solución de referencia hasta corresponder totalmente con esta.

## A. Modelo de transportes:

I.S.	Sistema	Variables principales	
		$n_q$ continuo	$n_q$ entero
$n_q$	Garver SR	Óptimo	Óptimo
	Garver CR	2	Óptimo
	Pereira	Óptimo	Óptimo
	Sur B. SR	2	12
	Sur B. CR	4	Óptimo
$n_q + f_q$	Garver SR	Óptimo	Óptimo
	Garver CR	2	Óptimo
	Pereira	Óptimo	Óptimo
	Sur B. SR	7	Óptimo
	Sur B. CR	2	Óptimo
$n_q + f_q / c_q$	Garver SR	Óptimo	Óptimo
	Garver CR	1	Óptimo
	Pereira	Óptimo	Óptimo
	Sur B. SR	7	Óptimo
	Sur B. CR	5	Óptimo

Tabla 2. Desempeño de algoritmos para el modelo de transportes

## B. Modelo híbrido lineal:

I.S.	Sistema	Variables principales	
		$n_q$ continuo	$n_q$ entero
$n_q$	Garver SR	Óptimo	Óptimo
	Garver CR	Óptimo	Óptimo
	Pereira	5	5
	Sur B. SR	4	13
	Sur B. CR	6	4
$n_q + f_q$	Garver SR	Óptimo	Óptimo

	Garver CR	4	Óptimo
	Pereira	5	4
	Sur B. SR	8	11
	Sur B. CR	6	Óptimo
$n_q + f_q / c_q$	Garver SR	Óptimo	Óptimo
	Garver CR	4	4
	Pereira	5	5
	Sur B. SR	8	11
	Sur B. CR	6	Óptimo

Tabla 3. Desempeño de algoritmos para el modelo híbrido lineal

## C. Modelo DC:

I.S.	Sistema	Variables principales	
		$n_q$ continuo	$n_q$ entero
$n_q$	Garver SR	4	Óptimo
	Garver CR	Óptimo	Óptimo
	Pereira	4	Óptimo
	Sur B. SR	0	4
	Sur B. CR	4	5
$n_q + f_q$	Garver SR	5	Óptimo
	Garver CR	4	Óptimo
	Pereira	4	Óptimo
	Sur B. SR	0	Óptimo
	Sur B. CR	4	6
$n_q + f_q / c_q$	Garver SR	4	Óptimo
	Garver CR	4	Óptimo
	Pereira	2	Óptimo
	Sur B. SR	0	Óptimo
	Sur B. CR	4	4

Tabla 4. Desempeño de algoritmos para el modelo DC

## D. Modelo lineal disyuntivo:

I.S.	Sistema	Variables principales
		$n_q$ binario
$n_q$	Garver SR	Óptimo
	Garver CR	Óptimo
	Pereira	Óptimo
	Sur B. SR	6
	Sur B. CR	Óptimo
$n_q + f_q$	Garver SR	Óptimo
	Garver CR	4



$n_{ij} * f_{ij} / c_{ij}$	Pereira	2
	Sur B. SR	14
	Sur B. CR	Optimo
	Garver SR	Optimo
	Garver CR	4
	Pereira	Optimo
$n_{ij} * f_{ij} / c_{ij}$	Sur B. SR	15
	Sur B. CR	Optimo

**Tabla 5.** Desempeño de algoritmos para el modelo lineal disyuntivo

Al comparar el desempeño de las técnicas heurísticas constructivas basadas en modelos relajados ( $n_{ij}$  continuo) con el desempeño de las técnicas heurísticas constructivas basadas en métodos de programación lineal entera y programación no lineal entera ( $n_{ij}$  entero) se logra apreciar que las técnicas propuestas en este artículo presentan un desempeño superior en la mayoría de los casos y cuando menos un desempeño similar al de las técnicas heurísticas constructivas tradicionales.

Las técnicas heurísticas constructivas basadas en PLE y PNLE aplicadas al modelo de transportes lograron identificar de manera continua y en la mayoría de los casos todos los elementos correspondientes a la solución óptima de los diferentes sistemas de prueba, superando contundentemente el desempeño de las técnicas heurísticas constructivas basadas en modelos relajados. El único caso donde no se logró identificar todos los componentes de la solución de referencia fue en el sistema sur brasilero sin redespacho, sin embargo, se lograron identificar 12 de los 13 elementos propuestos en la solución de referencia, aspecto que no deja de ser remarcable.

Para los algoritmos heurísticos constructivos aplicados con el modelo híbrido lineal se encontró un comportamiento en cierta medida similar, destacándose las respuestas obtenidas para el sistema sur brasilero sin redespacho con las técnicas aquí propuestas.

En el caso del modelo DC se observa que las técnicas heurísticas constructivas basadas en modelos relajados no logran identificar más de 5 variables principales correspondientes a las soluciones de referencia en cualquiera de los sistemas de prueba utilizados. Sin embargo, estas se ven en algunos casos ligeramente superadas por las técnicas heurísticas constructivas basadas en PLE y PNLE. Vale la pena destacar que el modelo DC es el más complejo de los modelos aquí presentados y que es considerado el modelo ideal para el problema de planeamiento de redes de transmisión, por lo que cualquier mejora en este tipo de técnicas, por más pequeña que sea tiene un alto valor.

Aunque el modelo lineal disyuntivo es una modificación lineal del modelo DC donde implícitamente se exige el cumplimiento de la condición de entero de las variables, haciendo las técnicas heurísticas constructivas aplicadas en este modelo semejantes a las aplicadas en el modelo DC, se encontró un comportamiento diferente pero con un desempeño superior al de las técnicas heurísticas tradicionales. La diferencia en el comportamiento se atribuye a que estos modelos tienen en común su solución óptima pero difieren en la forma de su espacio de solución, haciendo que la exploración de cada uno de estos se realice de maneras diferentes.

De manera general se establece que las técnicas heurísticas constructivas basadas en modelos relajados lograron identificar el 83% de los elementos de la solución de referencia para el sistema de Garver, el 66% de los elementos de la solución de referencia para el sistema Pereira y el 38% de los elementos de la solución de referencia para el sistema Sur Brasilero. Por otro lado, las técnicas heurísticas constructivas basadas en PLE y PNLE lograron identificar el 100% de los elementos de la solución de referencia para el sistema de Garver, el 88% de los elementos de la solución de referencia para el sistema Pereira y el 82% de los elementos de la solución de referencia para el sistema Sur Brasilero. De igual manera se destaca el desempeño de las técnicas heurísticas constructivas basadas en PLE y PNLE en la identificación de variables principales en el sistema Sur Brasilero sin redespacho con todos los modelos presentados, ya que este es tal vez el sistema de prueba más complejo de los empleados para este artículo.

En lo que respecta al tiempo computacional, debido a la interfaz propia de AMPL, solo fue posible medir el tiempo computacional empleado para la construcción y solución de los modelos matemáticos en cada iteración y no el tiempo total de ejecución de cada algoritmo, esto se debe a que las adiciones que iban indicando las técnicas heurísticas debían ser comparadas con las soluciones de referencia para que luego fueran adicionadas manualmente sobre la base de datos que fue procesada en cada iteración por el mismo programa [12]. Este tiempo computacional variaba notoriamente a medida que se avanzaba en cada algoritmo, sin embargo, de manera general se logró determinar un incremento medio cercano al 32% para las técnicas heurísticas constructivas basadas en PLE y PNLE con respecto a las técnicas heurísticas constructivas basadas en modelos relajados, aplicadas tradicionalmente en el problema de planeamiento de redes de transmisión. Este incremento en el tiempo computacional se considera tolerable tratándose de sistemas de prueba de tamaño pequeño y dificultad baja donde el tiempo de solución es de fracciones de segundos para el sistema Garver y de unos cuantos segundos para el sistema Sur Brasilero.

#### IV. CONCLUSIONES

Se presentó una nueva propuesta para la reducción del espacio de solución en el problema de planeamiento de redes de transmisión utilizando técnicas heurísticas basadas en métodos

de programación lineal entera (PLE) y programación no lineal entera (PNLE) para la identificación de variables principales.

Se comprobó la efectividad de esta propuesta a la hora de identificar variables principales que coinciden con soluciones de referencia conocidas para sistemas de prueba utilizados en la literatura especializada.

Se encontró un desempeño superior de las técnicas heurísticas constructivas basadas en PLE y PNLE propuestas con respecto a las técnicas basadas en modelos relajados comúnmente utilizadas en el problema de planeamiento de redes de transmisión. Esta mejora en el desempeño se presenta bajo un incremento en el tiempo computacional empleado para resolver los modelos matemáticos de programación lineal entera y no lineal entera usados en la metodología presentada.

La reducción del espacio de solución se puede aplicar modificando los límites del número de adiciones permitidas en cada corredor. Para aquellos corredores identificados como variables principales, este límite se reemplaza por el valor indicado por la técnica heurística constructiva con una unidad adicional. En el caso de los corredores que no sean catalogados como variables principales, el límite se reduce a un valor menor que el original (1 o 2 elementos por corredor).

La aplicación de estas metodologías resulta conveniente y viable en sistemas de prueba con tamaño y complejidad media. Cuando el sistema eléctrico analizado es de gran tamaño el tiempo computacional empleado para solucionar los modelos en cada iteración aumenta considerablemente, haciendo prohibitiva su aplicación.

#### V. TRABAJOS FUTUROS

Este tipo de propuestas representan un avance en el estudio de métodos que disminuyen el espacio de solución en el problema de planeamiento de redes de transmisión, los cuales constituyen una herramienta que reduce el grado de complejidad y a su vez proporciona puntos de inicio de buena calidad para técnicas de solución robustas como son las técnicas metaheurísticas (Algoritmo genético, búsqueda tabú, colonia de hormigas, entre otras), permitiendo llegar más fácil y rápidamente a la solución óptima global del problema.

Es necesario dirigir un esfuerzo a la creación de mecanismos que permitan la identificación de componentes principales en sistemas de gran tamaño de manera rápida y eficaz. Aunque en este caso se trabajó con sistemas considerados pequeños o medianos, esta misma metodología se puede aplicar a sistemas de gran tamaño dividiendo el sistema eléctrico en varios sub-sistemas que pueden ser analizados individualmente y cuyas respuestas

pueden ser unificadas para el sistema eléctrico original. En un próximo trabajo se presentarán mecanismos desarrollados para realizar esta división de manera sistemática y coherente con la operación del sistema eléctrico y con los objetivos del planeamiento de la red de transmisión.

Otro tipo de propuesta que busca reducir el espacio de solución en el problema de planeamiento de redes de transmisión y en la que se trabaja actualmente es la aplicación de restricciones especializadas [13] para aplicar cortes que eliminan sub-espacios dentro del espacio de solución, reduciendo así el recorrido que debe realizar finalmente la técnica de solución principal.

#### AGRADECIMIENTOS

Los autores desean expresar sus sinceros agradecimientos al Grupo de Investigación en Planeamiento en Sistemas Eléctricos de la Universidad Tecnológica de Pereira por el apoyo conceptual y metodológico en el desarrollo de este trabajo.

#### REFERENCIAS

- [1] Latorre, G.; Cruz, R.D.; Areiza, J.M.; Villegas, A.; , "Classification of publications and models on transmission expansion planning," *Power Systems, IEEE Transactions on*, vol.18, no.2, pp. 938- 946, Mayo 2003.
- [2] Escobar, L.M.; Duque, A.; Melchor, J.N.; Escobar, A.H.; "Planeamiento de sistemas de transmisión de energía eléctrica usando AMPL" *Scientia et Technica* [Online], Volumen 2 Número 51 (30 August 2012).
- [3] Escobar, A. H., "Planeamiento Dinámico de la Expansión de Sistemas de Transmisión Usando Algoritmos Combinatoriales.", Universidad Tecnológica de Pereira, tesis de Maestría, 2002.
- [4] Garver, L.L., "Transmission Network Estimation Using Linear Programming," *Power Apparatus and Systems, IEEE Transactions on*, vol. PAS-89, pp. 1688 - 1697, Sept. 1970.
- [5] Escobar A.H., Gallego R.A., Romero R.A.: "Modelos Usados en el Planeamiento de la Expansión a Largo Plazo de Sistemas de Transmisión de Energía Eléctrica". Taller de publicaciones 1ª ed. Pereira (Colombia); Universidad Tecnológica de Pereira. 2010.
- [6] Gómez, G.A., "Algoritmos GRASP y Simulated Annealing Como Inicializadores de Branch and Bound en la Solución de Planeamiento Estático de Sistemas de Transmisión.", Universidad Tecnológica de Pereira, tesis de Maestría, 2008.

- [7] Sousa, A.S.; Asada, E.N.; "A heuristic method based on the branch and cut algorithm to the transmission system expansion planning problem". Power and Energy Society General Meeting, p. 1-6, 2011
  
- [8] Dominguez A.H., "Planeamiento de la Expansión de Redes de Transmisión Basado en Cambio de Nivel de Tensión.", Universidad Tecnológica de Pereira, tesis de Maestría, 2012.
  
- [9] Escobar A.H., Gallego R.A., Romero R.A.: "Aplicación de Algoritmos Heurísticos en la Construcción de la Población Inicial de Algoritmos Genéticos que Resuelven el Problema de Planeamiento de la Expansión de la Transmisión". Revista de Ingeniería. Universidad Nacional de Colombia. Volumen 31 número 1, p. 127 - 143, 2011.
  
- [10] Haffner S.L.: "O Planejamento de Expansão dos Sistemas Elétricos no Contexto de um Ambiente Competitivo", Tesis de Doctorado, FEEC Unicamp, Julio de 2000.
  
- [11] Duque, A. "Identificación de Variables Principales en el Problema de Planeamiento de Redes de Transmisión Usando Técnicas Heurísticas Basadas en Métodos de Programación Lineal Entera y No Lineal Entera.", Universidad Tecnológica de Pereira, Proyecto de grado de Ingeniería Eléctrica, 2013.
  
- [12] Fourer R., Gay D.M., Kernighan B.W., "AMPL: A modeling Language for Mathematical Programming". Second Ed. Brooks /Cole – Thomson Learning. 2003.
  
- [13] Sousa, A.S., Asada, E.N., "Uma Nova Abordagem Branch and Cut Aplicada ao Problema de Planejamento da Expansão de Redes de Transmissão de Grande Porte" *Sba Controle & Automação*. 2012, vol 23, n 1, p.108-119.